

### 8. ZKOUŠKOVÁ PÍSEMKÁ

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně zdůvodněte. Každý příklad je bodován 10 body.

(a) Uvažujme předpis

$$Tx = \sum_{n=1}^{\infty} x_n \left( \sin\left(\frac{1}{n}\right) \right)^{\alpha}.$$

(4 body) Nalezněte  $\alpha \in \mathbb{R}$ , pro které  $T \in (c_0)^*$  a spočtěte pro tato  $\alpha$  normu  $T$ .

(3 body) Nalezněte  $\alpha \in \mathbb{R}$ , pro které  $T \in (\ell_1)^*$ .

(3 body) Nalezněte  $\alpha \in \mathbb{R}$ , pro které  $T \in (\ell_{\infty})^*$ .

(b) Necht'  $X = C([0, 1])$  uvažovaný jako prostor nad  $\mathbb{C}$  a uvažujme předpis

$$(Tf)(x) = f(x) + \int_0^x f(t) dt, \quad x \in [0, 1], f \in X.$$

(2 body) Ukažte, že  $T$  je spojitý lineární operátor na  $X$ .

(2 body) Zjistěte, zda je  $T$  kompaktní.

(2.5 bodu) Nalezněte bodové spektrum  $T$ .

(3.5 bodu) Nalezněte spektrum  $T$ .