Lineární algebra a geometrie pro matematiky - LS 08/09

Příklady 9 - Kvadriky

1. Popište kvadriku $Q(f_2)$ v $P(\mathbb{R}^4)$ zadanou kvadratickou formou $f_2(x) = 2x_0x_3 + x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$.
2. Na kvadrice $Q(f_2) \subset P(\mathbb{R}^4)$ zadané kvadratickou formou $f_2(x) = x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2$ najděte projektivní přímku, která v ní celá leží.
3. Určete pól přímky $x - y = 2$ vzhledem ke kvadrice $x^2 + y^2 - 3x + 1 = 0$.
4. Ke kvadrice zadané afinním předpisem $x^2 + 4y^2 + 2xy - 4x + 5y - 1 = 0$ najděte pól nevlastní nadroviny.
5. K afinní kvadrice $xy - x - y - 2 = 0$ veďte tečny afinním bodem $[0, 0]$.
6. K afinní kvadrice $x^2 + 2xy + 4y^2 + x + y - 4 = 0$ veďte tečny bodem $[-2, 1]$.
7. K afinní kvadrice $x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x + 1y + 3 = 0$ veďte tečny rovnoběžné s přímkou $3x - 2y + 10 = 0$.
8. Vyjádřete kvadriku $x^2 - y^2 = 1$ (zadanou vzhledem ke kanonické souřadné soustavě $A(\mathbb{R}^2)$) vůči souřadné soustavě $[1, 2], \{(1, 1), (1, -1)\}$.
9. Nechť $K = \langle f \rangle$ je kolineace projektivního rozšíření $P(\mathbb{R}^{n+1})$ afinního prostoru $A(\mathbb{R}^n)$, která zachovává nevlastní nadrovinu. Popište nejobecnější možný tvar matice f vzhledem ke kanonické bázi $\mathbb{R}^{n+1}$.