Lineární algebra a geometrie pro matematiky - LS 08/09

Příklady 5 - Afinní prostor

1. V afinním prostoru $A(\mathbb{R}^2)$ najděte transformační vztahy mezi souřadnicemi vzhledem k soustavě $S = \{[1,-1], (5,-6), (6,-1)\}$ a soustavě $T = \{[-2,-5], (1,2), (-2,1)\}$ a demonstrujte jejich platnost na bodě $[0,0]$.
2. Převeďte parametrické vyjádření podprostoru $[2,-1,2,0,1]+ \langle(0,1,0,1,4), (1,2,3,4,-1), (0,-1,-1,1,2)\rangle$ v $A(\mathbb{R}^5)$ na vyjádření rovnicemi ($Ax = b$).
3. V $A(\mathbb{R}^4)$ určete vzájemnou polohu přímky $(3,2,0,-2) + \langle(1,1,-1,1)\rangle$ a nadroviny $(2,1,1,1) + \langle(1,1,1,1),(1,1,1,-1),(1,1,-1,-1)\rangle$.
4. Určete hodnotu parametru a tak, aby $[1,-1,-1,4]+\langle(1,2,2,-3),(1,1,0,2)\rangle$ a $[3,-1,1,3] + \langle(2,1,1,-3),(0,0,1,a)\rangle$ byly mimoběžné.
5. V afinním prostoru $A(R^4)$ určete parametry a, b tak, aby přímka $(1,2,1,2)+ \langle(1,a,0,2)\rangle$ ležela v rovině $(1,1,2,b) + \langle(1,2,1,2),(1,1,2,2)\rangle$.
6. V afinním prostoru $A(R^3)$ určete příčku mimoběžek $x-5 = (y-6)/3 = (z-7)/5$ a $x-3 = y/2 = z/4$, která je určena vektorem $(1,2,3)$.
7. V afinním prostoru $A(\mathbb{R}^4)$ najděte příčkový podprostor přímek $[1,0,2,1]+ \langle(0,1,0,1)\rangle$ a $[1,-4,0,1]+\langle(1,3,-1,0)\rangle$, procházející bodem $[1,0,1,0]$ a rovnoběžný s přímkou $[0,2,1,4] + \langle(1,0,-1,0)\rangle$.
8. Ověřte, že $F : A(\mathbb{R}^3) \to A(\mathbb{R}^4)$, $F((a,b,c)) = (1+a+b, 2+c, 3+b+c, 4+a)$ je afinní zobrazení, najděte obraz přímky $[3,1,-2]+\langle(3,1,1)\rangle$ v tomto zobrazení a ověřte pro body $[3,1,-2]$, $[3,1,-2] + (3,1,1)$, $[3,1,-2] + (9,3,3)$, že toto zobrazení zachovává dělící poměr.
9. Dokažte, že regulární afinní zobrazení zachovává rovnoběžnost, tedy že zobrazuje rovnoběžné podprostory na rovnoběžné podprostory.
10. Mějme dva podprostory $B = b + W$, $C = c + W'$ v $A(V)$. Dokažte, že buď $B \cap C = \emptyset$, nebo $B \cap C = d + W \cap W'$. Popište nejmenší podprostor $A(V)$ obsahující B i C.