

Matematická analýza pro matematiky - LS 06/07

Příklady 4 - Substituce I

Spočítejte následující primitivní funkce:

1.

$$\int \cos^5 x \sqrt{\sin x} \, dx$$

2.

$$\int \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} \, dx$$

3.

$$\int \frac{1}{e^{\frac{x}{2}} + e^x} \, dx$$

4.

$$\int \frac{1}{\sqrt{1+e^x}} \, dx$$

5.

$$\int \operatorname{tg}^5 x \, dx$$

6.

$$\int \frac{1}{2\sin x - \cos x + 5} \, dx$$

7.

$$\int \frac{1}{\sin x + 1} \, dx$$

8. Dokažte, že pro $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ existují konstanty $A, B \in \mathbb{R}$ takové, že

$$\int \frac{a \sin x + b \cos x}{c \sin x + d \cos x} \, dx = Ax + B \ln |c \sin x + d \cos x| + C$$

9. Vypočtěte integrál

$$\int \cos x \cos 2x \cos 3x \, dx$$

pomocí vzorců typu $2 \cos x \cos y = \cos(x-y) + \cos(x+y)$.