

Lineární algebra pro fyziky - LS 09/10

Příklady 9 - Kvadratické formy II

1. Určete ortonormální polární bázi kvadratické formy $7x^2 - 12xy - 2y^2$ na \mathbb{R}^2 .
2. Určete kanonický tvar kvadratické formy (tedy její vyjádření vzhledem k ortogonální polární bázi) na \mathbb{R}^3 :

$$x_1^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$$

3. Určete kanonický tvar kvadratické formy $3x^2 + 8xy - 3y^2$ na \mathbb{R}^2 a vyjádřete nové souřadnice pomocí starých.
4. Určete ortogonální polární bázi kvadratické formy na \mathbb{R}^3 , jejíž matice vzhledem ke kanonické bázi je

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -4 \\ 2 & -5 & -2 \\ -4 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

5. Zapište matici

$$\begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$$

jako součin $U^T U$.

6. Také pro hermitovské formy platí, že vlastní vektory jejich matic vzhledem k různým vlastním číslům jsou na sebe kolmé vzhledem ke standardnímu skalárnímu součinu. Diagonalizujte hermitovskou formu na \mathbb{C}^2 :

$$2|x|^2 + 5|y|^2 + \Re((3 + 3i)\bar{x}y)$$

7. Určete kuželosečku v \mathbb{R}^2 s rovnicí

$$3x^2 + 2xy + 3y^2 - 10x - 14y + 7 = 0,$$

napište její rovnici v kanonickém tvaru a vyjádření nových souřadnic pomocí starých.

8. Určete kuželosečku v \mathbb{R}^2 s rovnicí:

$$x^2 - 6xy + 9y^2 + 14x - 2y - 27 = 0$$