

Geometrie III

Domácí úkol 1: kuželosečky

1. Určete rovnici tečny k hyperbole, nejprve pro rovnici obecné hyperboly v kanonickém tvaru, pak pro hyperbolu $xy = 1$.
2. Dokažte (z definice elipsy pomocí ohniska a řídící přímky), že paprsek z jednoho ohniska do libovolného bodu elipsy se odrazí podle zákona dopadu a odrazu do druhého ohniska.
3. Necht' P, Q jsou průsečíky paraboly a její tětivy, která prochází jejím ohniskem. Dokažte, že tečny k parabole vedené body P a Q jsou navzájem kolmé.
4. Určete kuželosečku $11x^2 + 4xy + 14y^2 - 4x - 28y - 16 = 0$, najděte její střed, délky poloos a směry os.
5. Ukažte, že kuželosečka $x^2 - 4xy + 4y^2 - 6x - 8y + 5 = 0$ je parabola, najděte její vrchol a osu.
6. Kvadriku

$$5x^2 - 16xy - 16xz - 7y^2 - 32yz - 7z^2 + 6x + 66y + 12z + 27 = 0$$

převeďte do kanonického tvaru, určete její typ, spočítejte střed.