

# Matematický proseminář

*Sada 7, LS 13/14*

1. Větrník (fan)  $F_n$  je graf, který obsahuje  $n + 1$  vrcholů, přičemž vrchol 0 je spojen s každým z ostatních vrcholů a vrcholy  $k$  a  $k + 1$  jsou spojeny pro každé  $k$  od 1 do  $n - 1$  (celkem  $2n - 1$  hran). Spočítejte počet  $f_n$  maximálních stromů v  $F_n$  tak, že napíšete rekurzi, z ní vyrobíte generující funkci a z jejího vyjádření jako racionální funkce pak metodou parciálních zlomků koeficienty mocninné řady.
2. Představte si, že máte jen koruny, dvoukoruny a pětikoruny. Ukažte, že počet způsobů, jak pomocí nich zaplatit danou sumu, je popsán generující funkcí

$$\frac{1}{(1 - z)(1 - z^2)(1 - z^5)}$$

Spočítejte pomocí ní, kolika způsoby lze zaplatit 50 Kč.

3. Najděte rekurenci, popisující počet způsobů, jak rozdělit  $n$ -prvkovou množinu na podmnožiny.