

Lineární algebra pro fyziky - ZS 10/11

Sada úkolů 4

1. Rozložte následující permutaci na nezávislé cykly a určete její znaménko:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 \\ 10 & 8 & 12 & 3 & 16 & 11 & 4 & 5 & 15 & 1 & 14 & 7 & 2 & 9 & 6 & 17 & 13 \end{pmatrix}$$

2. Určete složení $\pi = \mu \circ \rho$ permutací

$$\mu = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

a určete π^{2011} .

3. Vyčíslete determinant

$$\begin{vmatrix} 5 & 0 & 10 & 10 & 5 \\ 6 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ 4 & 7 & -4 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 4 & -2 \\ 8 & 6 & 4 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

4. Spočtete determinant řádu n :

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & \dots & 2 & 2 \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ 2 & 2 & 2 & \dots & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & \dots & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

5. Určete, pro která $x, y \in \mathbb{R}$ je následující matice z $M_{nn}(\mathbb{R})$ regulární a spočtete element $1n$ její inverzní matice:

$$\begin{pmatrix} x & y & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & x & y & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x & y \\ y & 0 & 0 & \dots & 0 & x \end{pmatrix}$$

6. Řešte pomocí Cramerova pravidla pro ta $a \in \mathbb{R}$, pro něž se toto pravidlo dá použít:

$$ax + y + z = 1$$

$$x + ay + z = 1$$

$$x + y + az = 1$$

Jinou metodou pak dořešte pro ostatní hodnoty a .