

Lineární algebra pro fyziky  
*Požadavky k zápočtu a zkoušce LS 2012/13*

1. POČETNÍ POSTUPY

- Výpočet souřadnic lineární a bilineární formy, jejich transformace při změně báze, hledání polární báze symetrickými úpravami. Ověření, že je něco skalární součin, hledání ortogonálního doplňku, určení ortogonální projekce vektoru na podprostor. Hledání ortogonální a ortonormální báze Gram-Schmidtovou ortogonalizací, výpočet Fourierových koeficientů, QR rozklad (i obdélníkové) matice.
- Matice adjungovaného operátoru, aproximativní řešení lineárních rovnic, matice projekce na sloupcový prostor matice. Ortogonální/unitární diagonalizace samosdruženého a unitárního operátoru. Polární rozklad operátoru, výpočet signatury operátoru.
- Určení signatury a ortogonální/neortogonální polární báze kvadratické formy. Určení typu kvadriky, nalezení kanonického tvaru, eventuelně středu a směru a délky poloos.
- Hledání Jordanova tvaru a Jordanovy báze endomorfismu/matice. Výpočet mocnin matice, test podobnosti matic. Výpočet exponenciály matice. Homogenní soustava lineárních diferenciálních rovnic prvního řádu s konstantními koeficienty.
- Hledání duální báze, výpočet a transformace souřadnic vektoru a kovektoru.

2. TEORETICKÉ ZNALOSTI

- Multilineární zobrazení, multilineární forma, lineární forma, bilineární forma, jejich souřadnice, symetrická a antisymetrická bilineární forma. Polární báze, věta o její existenci. Skalární součin na reálném a komplexním prostoru, kolmost, ortogonální doplněk, norma a metrika (obecné i indukované skalárním součinem), ortogonální projekce na vektor a podprostor. Pythagorova věta, Schwarzova nerovnost, rovnoběžníkové pravidlo, polarizační identita. Ortogonální a ortonormální báze, Parsevalova rovnost, Fourierovy koeficienty. Věta o Gram-Schmidtově ortogonalizaci, věta o QR rozkladu. Unitární a ortogonální matice.
- Adjungovaný operátor, vlastnosti adjunkce. Normální soustava, aproximativní řešení lineárních rovnic. Samosdružený operátor, unitární operátor, normální operátor, věta o ortogonální/unitární diagonalizaci, vlastní čísla samosdruženého a unitárního operátoru. Různé ekvivalentní charakterizace unitárních operátorů. Pozitivně/negativně (semi)definitní operátor, signatura. Modul operátoru, polární rozklad.
- Kvadratická forma, její matice, nulová množina, signatura, polární báze. Ortogonální a neortogonální diagonalizace kvadratických forem. Jacobi-Sylvesterova věta. Kvadrika, její kanonický tvar.
- Jordanova buňka, Jordanova báze, věta o Jordanově tvaru matice/endomorfismu, zobecněný vlastní podprostor. Nilpotentní endomorfismus a jeho charakterizace pomocí vlastních čísel stupeň nilpotence, řetízková báze. Nutná a postačující podmínka podobnosti matic. Limita posloupnosti matic, exponenciála matice, její vlastnosti. Věta o řešení homogenní soustavy lineárních diferenciálních rovnic prvního řádu s konstantními koeficienty.
- Duální prostor, duální báze. Sumační konvence, transformace souřadnic vektoru a kovektoru. Tensorový součin, souřadnice tenzoru a jejich transformace, kovariantní a kontravariantní tenzory. Věta o izomorfismu mezi prostorem a jeho druhým duálem. Příklady tenzorů nízkého stupně (tj.

typu  $(0,1),(1,0),(2,0),(0,2),(1,1)$ ). Izomorfismus prostoru a jeho duálu indukovaný skalárním součinem, zdvihání a spouštění indexu.

Vyžadují se samozřejmě také znalosti témat z požadavků na zimní semestr.