

Lineární algebra pro fyziky, LS 13/14

Domácí úkol 1

1. (1b) Spočítejte vlastní čísla a vlastní vektory zobrazení $f : P^2(x, \mathbb{C}) \rightarrow P^2(x, \mathbb{C})$ daného vztahem

$$f(a + bx + cx^2) = (5a + 6b + 2c) - (b + 8c)x + (a - 2c)x^2$$

2. (1b) Určete limitu

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{4^m} \begin{pmatrix} 7 & -9 & -15 \\ 3 & 7 & 3 \\ 3 & -9 & -11 \end{pmatrix}^m$$

3. (3b) Označme koeficienty charakteristického polynomu vyjádřením $\chi_A(\lambda) = \lambda^n + D_1\lambda^{n-1} + \dots + D_n$. Dokažte, že $\text{Tr}(A^m) = \sum \lambda_i^m$, kde λ_i jsou vlastní čísla A , a pomocí tohoto tvrzení a Vietových vztahů pro D_i dokažte rekurentní formuli

$$mD_m + D_{m-1}\text{Tr}(A) + D_{m-2}\text{Tr}(A^2) + \dots + \text{Tr}(A^m) = 0$$

pro $1 \leq m \leq n$. Využijte toho k napsání charakteristického polynomu ve stupni 3 a 4 pouze pomocí stop mocnin A .