

Lineární algebra pro fyziky, ZS 13/14

Domácí úkol 8

1. (1b) Najděte matici A takovou, že maticové zobrazení $f_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ splňuje

$$\begin{aligned}f_A((2, 3, 5)) &= (1, 0, 1, 1) \\f_A((0, 1, 2)) &= (1, 1, 0, -1) \\f_A((1, 0, 0)) &= (2, 1, 1, 0)\end{aligned}$$

Určete jádro a obraz tohoto zobrazení a ilustrujte na tomto příkladě větu o dimenzi jádra a obrazu.

2. (1b) Rozhodněte a zdůvodněte, která z níže uvedených zobrazení $f : M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ jsou lineární:
- (a) $f(X) = X^T$
 - (b) $f(X) = X^{-1}$
 - (c) $f(X) = X^2$
 - (d) $f(X) = B^{-1}XB$, kde B je regulární matice.
3. (1b) Dokažte, že pokud B je regulární a A čtvercová matice, pak $h(AB) = h(BA)$. Dále ukažte, že pokud se vypustí podmínka regularity matice B , pak už rovnost platit nemusí.