Lineární algebra pro fyziky - LS 11/12

Sada 8 - Symetrické a hermitovské matice

1. Proveďte ortogonální diagonalizaci matice
$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$
2. Ukažte, že matici
$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$
lze zapsat jako UDU^+, kde D je matice diagonální a U unitární.
3. Proveďte ortogonální diagonalizaci kvadratické formy $7x^2 - 12xy - 2y^2$ na $\mathbb{R}^2$.
4. V $\mathbb{R}^3$ se standardním skalárním součinem najděte ortonormální polární bázi kvadratické formy $Q(x) = x_1^2 + 7x_2^2 + x_3^2 + 8x_1x_2 + 16x_1x_3 - 8x_2x_3$. Můžete využít faktu, že vlastní čísla jsou ± 9.
5. Dokažte, že množina všech kvadratických forem na prostoru $\mathbb{R}^n$ je vektorový prostor, a určete jeho dimenzi.
6. Určete matici hermitovské kvadratické formy na $\mathbb{C}^2$
$$2|x|^2 + 5|y|^2 + 2Re((3+3i)\bar{x}y)$$
vzhledem ke kanonické bázi. Vzniklou matici ortogonálně diagonalizujte.