Lineární algebra pro fyziky - ZS 10/11

Sada úkolů 3

1. Nechť $V = \mathbb{R}^2$, $M = \{(1,2),(2,3)\}$, $N = \{(1,1),(1,0)\}$, K je kanonická báze a lineární zobrazení f je definováno hodnotami na bázi M:

$$f((1,2)) = (3,5)$$
$$f((2,3)) = (1,2)$$

   Určete matice homomorfismu $(f)_{NM}$, $(f)_{KM}$ a $(f)_{KK}$ a určete vektor $f((-1,5))$.
2. Určete matici přechodu od báze $M = \{x^2+2x+1, 2x^2+1, x^2-x\}$ k bázi $N = \{x^2+2, x^2-3x+1, x^2+x+3\}$ v prostoru všech reálných polynomů stupně nejvýše 2.
3. Rozložte následující permutaci na nezávislé cykly a určete její znaménko:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 \\ 10 & 8 & 12 & 3 & 16 & 11 & 4 & 5 & 15 & 1 & 14 & 7 & 2 & 9 & 6 & 17 & 13 \end{pmatrix}$$

4. Vyčíslete determinant

$$\begin{vmatrix} 5 & 0 & 10 & 10 & 5 \\ 6 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ 4 & 7 & -4 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 4 & -2 \\ 8 & 6 & 4 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

5. Určete, pro která $x, y \in \mathbb{R}$ je následující matice z $M_{nn}(\mathbb{R})$ regulární a spočtěte element $1n$ její inverzní matice:

$$\begin{pmatrix} x & y & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & x & y & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x & y \\ y & 0 & 0 & \dots & 0 & x \end{pmatrix}$$

6. Řešte pomocí Cramerova pravidla pro ta $a \in \mathbb{R}$, pro něž se toto pravidlo dá použít:

$$ax + y + z = 1$$
$$x + ay + z = 1$$
$$x + y + az = 1$$

   Jinou metodou pak dořešte pro ostatní hodnoty a.