

Lineární algebra pro fyziky - ZS 11/12

Domácí úkol 8

1. Rozhodněte a zdůvodněte, zda jsou následující zobrazení lineární:

- $f : M_{22}(\mathbb{R}) \rightarrow P^3(x, \mathbb{R})$, definované vztahem

$$f \left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right) = a + d + (c + 2b)x^2 - x^3,$$

- $g : P(x, \mathbb{R}) \rightarrow M_{22}(\mathbb{R})$, definované vztahem

$$g(p(x)) = \begin{pmatrix} p(0) & p(1) \\ p(2) & p(3) \end{pmatrix}$$

2. Zobrazení je zadáno na bázi předpisem

$$\begin{aligned} f((1, 1, 1)) &= (0, 1, 1) \\ f((1, 1, 0)) &= (1, 0, 2) \\ f((1, 0, 0)) &= (3, 1, -2) \end{aligned}$$

Najděte jeho maticové vyjádření $f(x) = Ax$.

3. Popište jádro a obraz lineárního zobrazení na $P^3(x, \mathbb{R})$, které polynomu $p(x)$ přiřadí polynom

$$(x+1)p^{(2)}(x) - 2p^{(1)}(x),$$

kde $p^{(i)}(x)$ značí i -tou derivaci $p(x)$.