

Strečink VIII

Je-li $(X, \leq)$ lineárně uspořádaná množina, pak na X lze zavést topologii, jejíž báze bude sestávat z množin

$$(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \{a \in X \mid x < a < y\},$$

$$(x, \rightarrow) \stackrel{\text{def}}{=} \{a \in X \mid x < a\},$$

$$(\leftarrow, y) \stackrel{\text{def}}{=} \{a \in X \mid a < y\},$$

$$(\leftarrow, \rightarrow) \stackrel{\text{def}}{=} X$$

pro všechna $x, y \in X$.

Úloha 1. Nechť Y je podmnožina X . Na Y můžeme zavést topologii dvojím způsobem: (1) jako topologii podprostoru prostoru X , (2) jako topologii danou lineárním uspořádáním, které Y zdědí z X . Dokažte, že při volbě (1) dostaneme vždy (ne nutně ostře) jemnější topologii, než při volbě (2).

Úloha 2. Na příkladu $X = \mathbb{R}$ se standardním uspořádáním, $Y = [0, 1) \cup \{2\}$ ukažte, že se tyto dvě topologie na Y mohou vskutku lišit.