

Strečink IV

Obě úlohy jsou na využití vlastnosti, že „limita je terminální objekt“, neboli podmínky „ $\exists!$ “ v definici limity.

Úloha 1. Dokažte, že limita diagramu je jednoznačná až na jednoznačný isomorfismus, který komutuje se všemi limitními projekcemi; tedy přesněji, jsou-li L, L' limity téhož diagramu $D: \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{C}$ a příslušné kolekce limitních projekcí jsou $(\pi_d)_{d \in \text{obj } \mathcal{D}}$ a $(\pi'_d)_{d \in \text{obj } \mathcal{D}}$, pak existuje právě jeden isomorfismus $f: L \rightarrow L'$ splňující $\pi'_d \circ f = \pi_d$ pro všechna $d \in \text{obj } \mathcal{D}$.

Úloha 2. Je-li $D: \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{C}$ diagram a $D': \mathcal{D}' \rightarrow \mathcal{C}$ „tentýž“ diagram, kde jsme ovšem z $\mathcal{D}'$ vyhodili všechny neidentické šipky, pak z podmínky „ $\exists!$ “ máme dán morfismus $L \rightarrow P$, kde L a P jsou limity oněch diagramů (P je součin). Dokažte, že tento morfismus je vždy monomorfismus.