

Vybrané kapitoly z diferenciální geometrie – požadavky ke zkoušce (LS 2024/25)

1. Obálky soustav rovinných křivek

Obálka soustavy křivek, singulární množina a jejich vzájemná souvislost (věta s důkazem). Evolutoida (odvození parametrizace) a její speciální případy.

2. Úhlové zobrazení a křivost rovinné křivky

Existence úhlového zobrazení (věta s důkazem), index bodu vzhledem ke křivce a jeho výpočet (věta s důkazem), rotační index křivky a jeho výpočet (věta s důkazem), souvislost s křivostí, Umlaufsatz (bez důkazu). Ekvivalentní definice křivosti pomocí rychlosti vzdalování křivky od tečny (bez důkazu), porovnání vzájemné polohy křivky a kružnice podle jejich křivostí (věta s důkazem).

3. Věta o čtyřech vrcholech

Existence a jednoznačnost opsané kružnice a její vlastnosti (věty bez důkazu). Vrcholy křivky a jejich souvislost se singulárními body evoluty (odvození). Věta o čtyřech vrcholech (důkaz věty, pomocné lemma stačí znát bez důkazu).

4. Obsahy rovinných útvarů

Obsah mnohoúhelníku (věta s důkazem) a oblasti ohraničené uzavřenou křivkou (náznak důkazu).

5. Izoperimetrické úlohy

Existence řešení izoperimetrické úlohy pro mnohoúhelníky (věta s důkazem), řešením je pravidelný mnohoúhelník (věta s důkazem). Řešení izoperimetrické úlohy pro uzavřené křivky (věta bez důkazu).

6. Obsahy ploch a minimální plochy

Nutná a postačující podmínka pro plochojevná zobrazení (věta s důkazem), odvození Lambertovy projekce ze sféry do roviny. Geometrický význam Gaussovy křivosti (věta s důkazem). Nutná podmínka pro minimální plochy (věta bez důkazu), definice minimální plochy.

7. Geodetické křivky

Clairautova věta (s důkazem) a její použití. Exponenciální zobrazení a jeho vlastnosti (bez důkazu). Parametrizace pomocí geodetických normálních souřadnic a geodetických polárních souřadnic. Tvar 1. základní formy parametrizace f^p (bez důkazu). Geodetiky lokálně minimalizují vzdálenosti (věta s důkazem), nejkratší spojnice parametrizované konstantní rychlostí jsou geodetiky (věta s důkazem, pomocné lemma bez důkazu).

8. Další aplikace geodetických polárních souřadnic

Vzorec pro Gaussovu křivost (bez důkazu). Vztah mezi 1. základní formou parametrizace f^p a Gaussovou křivostí (bez důkazu). Mindingova věta (s důkazem). Vzdalování radiálních geodetik, obvod geodetické kružnice, obsah oblasti ohraničené geodetickou kružnicí (všechny vzorce s odvozením). Gaussova věta o geodetických trojúhelnících (bez důkazu) a její důsledky.

Ke zkoušce je dovoleno přinést si seznam vybraných vzorců (nikoliv kompletní znění definic, vět, či důkazů) v rozsahu maximálně jedné strany A4.