Domácí úkol č. 7 k přednášce NMAG 101: Lineární algebra a geometrie 1, zimní semestr 2014–2015

Datum odevzdání 1. 12. 2014, 18:00

(7.1) Pro která $a \in \mathbb{C}$ je posloupnost vektorů

$$((a, -4i, -i)^T, (4i, -6i, -3i)^T, (i, i, -a)^T)$$

v $\mathbb{C}^3$ lineárně nezávislá?

(7.2) Označme V množinu všech reálných matic typu 2×3 takových, že součet všech jejích prvků je 0. Množina V spolu s běžnými operacemi sčítání matic a násobení matice skalárem tvoří vektorový prostor $\mathbf{V}$. (Důkaz si rozmyslete, ale do řešení nepište.) Najděte nějakou pětiprvkovou množinu, která generuje $\mathbf{V}$.

Bonusový problém: Označme $\mathbf{V}$ vektorový prostor všech (nekonečných) posloupností reálných čísel. Posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ splňující $a_{n+2} = 2a_{n+1} - 4a_n$ tvoří podprostor $\mathbf{W}$ prostoru $\mathbf{V}$ (rozmyslete). Explicitně popište nějakou dvouprvkovou množinu generátorů prostoru $\mathbf{W}$.