Domácí úkol č. 4 k přednášce NMAG 101: Lineární algebra a geometrie 1, zimní semestr 2014–2015

Datum odevzdání 10. 11. 2014, 18:00

(4.1) Najděte matici A nad $\mathbb{Z}_5$ takovou, že pro příslušné zobrazení $f_A : \mathbb{Z}_5^3 \to \mathbb{Z}_5^2$ platí

$$f_A(3,2,2) = (1,4), \quad f_A(1,3,2) = (a,2), \quad f_A(4,1,4) = (1,b) \ ,$$

kde a, b jsou prvky $\mathbb{Z}_5$.

(4.2) Najděte inverzní matici k reálné matici

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 2 & 2 & \cdots & 2 & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ n-1 & n-1 & 0 & \cdots & 0 \\ n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} .$$

Bonusový problém: Pro kvaternion $q = a + ib + jc + kd$ definujeme konjugovaný kvaternion $\bar{q} = a - ib - jc - kd$ a jeho absolutní hodnotu

$$|q| = \sqrt{q\bar{q}} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}.$$

Libovolný vektor $(x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbb{R}^3$ identifikujeme s tzv. čistým kvaternionem $v = ix_1 + jx_2 + kx_3$. Každý jednotkový kvaternion q (tedy splňující $|q| = 1$) pak popisuje rotaci R_q prostoru $\mathbb{R}^3$ prostřednictvím formule

$$R_q(v) = qv\bar{q}.$$

Pro konktrétní jednotkový kvaternion

$$q = \frac{2}{3} + j\frac{2}{3} + k\frac{1}{3}$$

nalezněte matici, která popisuje R_q.