

# ETF

## Modelování cen a optimalizace portfolia

Matěj Jerhot

Předmět: Analýza investic

27. listopadu 2025

- **Modelování cen ETF**
  - Oceňování pomocí NAV (Net Asset Value)
  - Replikace indexu (fyzická vs. syntetická)
- **ETF v optimalizaci portfolia**
  - Markowitzova teorie portfolia (diverzifikace, korelace)
  - Metriky ETF: tracking error
- **Příklady ETF**

# ETF a jejich cena

- **ETF (Exchange Traded Fund)** neboli *burzovně obchodovaný fond*: fond obchodovaný na burze jako akcie, typicky sleduje výkonnost určitého indexu nebo koše aktiv.
- Cena ETF se odvíjí od hodnoty podkladových aktiv.  
**NAV** (Net Asset Value):

$$\text{NAV} = \frac{\text{celková hodnota portfolia} - \text{závazky}}{\text{počet vydaných akcií ETF}}.$$

- Tržní cena ETF se obchoduje velmi blízko NAV díky arbitráži.  
NAV

# Tracking error ETF

- **Tracking error:** měří, jak přesně ETF kopíruje svůj benchmark (index). Definice: směrodatná odchylka rozdílu výnosů fondu a benchmarku za dané období
- Tracking error je tím nižší, čím věrněji ETF sleduje index. Pasivní indexové ETF mívají velmi nízký tracking error (např. v jednotkách %). Vyšší tracking error značí, že výkon fondu oproti indexu více kolísá (může být důsledek poplatků, sampling metody nebo nižší likvidity aktiv).
- **Příklad interpretace:** Tracking error = 0.5% ročně znamená, že roční výnos fondu se typicky odchyluje od výnosu indexu o 0.5 p.b. (směrodatně).

# Tracking error ETF

$$TE = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_{ETF,t} - R_{index,t})^2}$$

- $T$  – počet období (např. počet dní)
- $R_{ETF,t}$  – výnos ETF ve dni  $t$
- $R_{index,t}$  – výnos sledovaného indexu ve dni  $t$

# Replikace indexu ETF

- **Fyzická replikace:** ETF přímo nakupuje podkladové akcie či aktiva indexu.
  - *Plná replikace:* fond drží *všechny* tituly indexu ve stejném poměru.
  - *Částečná replikace (sampling):* fond koupí jen reprezentativní vzorek hlavních titulů, což snižuje náklady, ale může zvýšit odchylku od indexu (vyšší tracking error)
- **Syntetická replikace:** ETF nedrží aktiva fyzicky, místo toho používá derivát (např. swap) s protistranou (typicky banka). Swap zajišťuje výnos ekvivalentní sledovanému indexu
- **Porovnání:** Fyzická replikace je transparentní má menší riziko, avšak může mít mírně vyšší náklady a tracking error kvůli obchodování a rebalancování portfolia. Syntetické ETF mívají nižší tracking error a nákladovost

# ETF v teorii portfolia (Markowitz)

- **Diversifikace:** ETF umožňují snadnou diversifikaci, protože obsahují portfolio více titulů. Podle Markowitzovy teorie portfolia kombinace aktiv s nízkou korelací snižuje celkové riziko portfolia
- **Příklad na připomenutí:** Rozptyl portfolia závisí na kovariancích mezi aktivy. Pro dvě aktiva platí:

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2 w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12},$$

kde  $\rho_{12}$  je korelace výnosů aktiv 1 a 2

# ETF a alokace aktiv

- ETF umožňují snadný přístup k různým třídám aktiv:
  - Akcie (např. SPY – S&P 500)
  - Dluhopisy (např. AGG – U.S. Aggregate Bonds)
  - Komodity (např. GLD – zlato)
  - Nemovitosti (např. VNQ – REIT ETF)

- ETF kombinují **diverzifikaci** podílových fondů s **likviditou** akcií. Jejich cena je pevně svázána s NAV podkladových aktiv díky mechanismům arbitráže.
- **Optimální portfolia:** ETF jsou praktickým nástrojem pro sestavování portfolií – umožňují investorům získat výnosy podobné trhu, aniž by nesli velké riziko spojené s jednotlivými akciemi. Díky široké diverzifikaci snižují riziko a často se chovají podobně jako celý trh, takže je lze považovat za jeho zástupce.
- **Metriky:** Při hodnocení ETF sledujeme tracking error (věrnost kopírování indexu) a  $\beta$  (systematické riziko). Nízký tracking error a vhodná  $\beta$  vůči zamýšlenému portfoliu jsou známkou dobře zvoleného ETF.

## Příklady populárních ETF

- **SPY (SPDR S&P 500 ETF):** Sleduje index S&P 500, jeden z nejlikvidnějších ETF na světě.
- **IEFA (iShares Core MSCI EAFE):** Sleduje rozvinuté trhy mimo USA a Kanadu (Evropa, Asie).
- **AGG (iShares Core U.S. Aggregate Bond ETF):** Široký dluhopisový trh USA – diverzifikace mimo akcie.
- **GLD (SPDR Gold Shares):** Sleduje cenu zlata, využíván jako zajištění proti inflaci.
- **QQQ (Invesco QQQ Trust):** Sleduje technologicky zaměřený index NASDAQ-100 – vyšší volatilita, vyšší růstový potenciál.

- Bodie, Z., Kane, A., Marcus, A. J. (2014). *Investments*. McGraw-Hill Education.
- Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., Goetzmann, W. N. (2014). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. Wiley.
- Hull, J. C. (2017). *Options, Futures, and Other Derivatives*. Pearson.
- Markowitz, H. (1952). "Portfolio Selection." *Journal of Finance*, 7(1), 77–91.

Děkuji za pozornost.