Orientační postup při vyšetřování průběhu funkce $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$.

Před tím, než začnete derivovat

- Definiční obor $\mathcal{D}(f)$: maximální množina reálných čísel, pro které je $f(x) \in \mathbb{R}$. Na definiční obor mají vliv zejména: výrazy pod odmocninou, jmenovatelé zlomků, definiční obory speciálních funkcí jako je ln, arcsin, apod.
- Sudost, lichost, periodicita: nezapomeňte, že i definiční obor hraje v těchto případech roli. S výhodou pak vyšetřujte sudou nebo lichou funkci například jen pro kladná x.
- Limity: pamatujte, že je nutno spočítat limity ve všech krajních bodech těch intervalů, které tvoří definiční obor funkce f, pokud v nich tato funkce není přímo definovaná. Tj. jde většinou o jednostranné limity. Speciálně půjde často o limity v $+\infty, -\infty$.
- Spojitost funkce: určit, kde všude je f spojitá, buď z toho, že je to součet, rozdíl atd. spojitých funkcí, nebo z toho, že má v jakýchsi bodech vlastní derivaci (jak později odhalíte).

První derivace

- Nalezení f': Zderivujte mechanicky tam, kde to lze. Určete $\mathcal{D}(f')$. V bodech a, které patří do $\mathcal{D}(f)$, ale nepatří do $\mathcal{D}(f')$, je potřeba f' spočíst jinak: pokud existuje, spočtu $\lim_{x\to a\pm} f'(x)$ (z příslušné strany). V případě, že je f spojitá v a z příslušné strany, mám tím $f'_{\pm}(a)$. V opačném případě mám alespoň limitní polohu „jednostranné tečny“ ke grafu funkce v kritickém bodě, to se bude taky hodit pro náčrtek. Pokud limita $\lim_{x\to a\pm} f'(x)$ neexistuje, je potřeba $f'_{\pm}(a)$ spočíst podle definice jednostranné derivace. Občas se vyplatí spočíst si limitu derivace i pro $\pm\infty$, pokud existuje. Hodí se to pro asymptoty, viz později.
- Intervaly monotonie f: Podle znaménka f' lze určit intervaly monotonie f. Pamatujte, že je možno tímto způsobem efektivně odhalit i lokální extrémy funkce f, lépe než počítáním vyšších derivací v těch bodech, kde $f'(x) = 0$. Například: pokud víme, že f klesá vlevo od x a roste vpravo od x, je v x lokální minimum.

Druhá a vyšší derivace

- Nalezení f'': Zderivujte mechanicky f' tam, kde to lze. Většinou se už nedělá nic dál, tj. nezkoumají se jednostranné druhé derivace ani limity druhých derivací.
- Intervaly konvexity a konkávity f: Podle znaménka f'' lze určit intervaly konvexity a konkávity f. Pamatujte, že je možno tímto způsobem efektivně odhalit i inflexní body funkce f, podobně jako v případě lokálních extrémů.
- Lokální extrémy a inflexní body: Pokud jste neodhalili lokální extrémy a inflexe při výše naznačených úvahách, lze samozřejmé studovat vyšší derivace v podezřelých bodech. Rozhodne první nenulová derivace v daném bodě. Nezapomeňte, že například lokální extrém se může nabýt i v bodě, kde neexistuje derivace (například u funkce $|x|$ v nule).
- Obor hodnot funkce $\mathcal{H}(f)$: vezměte do úvahy, jaké nejmenší a největší hodnoty nabývá funkce na intervalech, které tvoří její definiční obor, a dále uplatněte svoji znalost o spojitém obrazu intervalu. Nezapomeňte, že někdy se nabývá největší a nejmenší hodnota v krajních bodech intervalu, i když tam funkce nemá nulovou derivaci.

Graf

- Při náčrtku grafu pomůže studium asymptot funkce v $\pm\infty$. Připomeňme, že pokud existují vlastní limity $a := \lim_{x\to+\infty} f(x)/x$ a $b := \lim_{x\to+\infty}(f(x) - ax)$, je přímka $ax + b$ asymptotou funkce f v $+\infty$, tedy $f(x) \approx ax + b$ pro $x \to +\infty$. Podobně v $-\infty$. Uvědomte si, že limitu pro a je možno zkusit počítat L'Hospitalem: $\lim_{x\to+\infty} f(x)/x = \lim_{x\to+\infty} f'(x)$, pokud limita vpravo existuje. Ale to už možná víte z doby, kdy jste počítali jednostranné limity derivací.
- Pomůže i představa o hodnotách funkce ve význačných bodech. Není to nutné, ale pomůže to. Nebojte se vynést si do grafu všechny rozumné body na grafu funkce, zejména ty, kde se $f(x)$ dobře počítá. Pomáhají i průsečíky s osami x a y. Stejně tak pomůže, když si v některých bodech spočtete i hodnotu derivace. Získáte tím představu o tečně ke grafu funkce v tom kterém bodě.
- Všechny získané informace zachyťte do náčrtku grafu funkce a jste hotovi.

M.Rokyta, 5.1.2005, opravy 14.1.2005