

Požadavky k ústní části zkoušky Aplikovaná matematika III – NMAF073 ZS 2017/18

(přednášející M. Rokyta)

Definice

Definujte pojmy z níže uvedeného seznamu. U každé definice se bude posuzovat jak přesnost, tak porozumění (tj. můžu se ptát na různé příklady, které definici ilustrují nebo takové můžu sám dát a ptát se, jestli splňují danou definici apod.)

-
- (1) Definujte normu matice. Definujte exponenciálu matice a uveďte některé její vlastnosti.
 - (2) Definujte pojem vlastního vektoru a vlastního čísla matice, definujte pojem charakteristického polynomu a uveďte souvislost s vlastními čísly, definujte pojem vlastního podprostoru.
 - (3) Definujte pojem podobné matice, pojem diagonalizovatelné matice, Jordanova bloku a Jordanovy matice.
 - (4) Definujte pojem řetězce a přidruženého vektoru, definujte Jordanův kanonický tvar.

-
- (5) Definujte pojem konvergentní a divergentní řady, absolutní a neabsolutní konvergence řady.
 - (6) Definujte pojem přerovnání řady, definujte Cauchyův součin řad.
 - (7) Definujte pojem mocninné řady, poloměru konvergence řady, kružnice konvergence, kruh konvergence.

-
- (8) Definujte pojem lineární diferenciální rovnice n -tého řádu s nekonstantními resp. s konstantními koeficienty, homogenní a nehomogenní rovnice, počátečních podmínek pro ně.
 - (9) Definujte pojem Wronskiánu.
 - (10) Definujte pojem rovnice ve tvaru totálního diferenciálu, exaktní rovnice, integračního faktoru.
 - (11) Definujte pojem soustavy ODR 1. řádu, řešení, počáteční úlohy.

-
- (12) Definujte pojmy: křivka, uzavřená křivka, jednoduchá křivka, Jordanova křivka, počáteční a koncový bod křivky, tečný a jednotkový tečný vektor, normálový a jednotkový normálový vektor, vektor binormály.
 - (13) Definujte křivkový integrál prvního a druhého druhu.
 - (14) Definujte pojem hladké 2-plochy v $\mathbb{R}^3$, definujte pojem orientace plochy, souhlasně a nesouhlasně orientovaných ploch.
 - (15) Definujte plošný integrál prvního a druhého druhu přes hladkou 2-plochu v $\mathbb{R}^3$.

Věty a tvrzení

Všechny níže uvedené věty a tvrzení pečlivě zformulujte. Důkazy (nebo jejich náznaky **zhruba v rozsahu přednášky**) budu požadovat **pouze u těch vět a tvrzení**, u kterých je to níže výslovně uvedeno slovy **dokažte** nebo **odvodte**. Jinak budu vždy vyžadovat pouze dobré porozumění vět, a situací, na které se věty aplikují.

Za význačnými tvrzeními a větami je uvedeno číslo, které odpovídá číslování tvrzení a vět v učebním textu, který je k dispozici na webu. Obrat "Ilustrujte na příkladu..." nebo "Spočtete..." znamená, že vám dám (lehký) příklad, na kterém budete použít dané věty nebo pravidla provádět.

- (1) Formulujte větu o maticových řadách (Věta 10.2)
- (2) Uveďte souvislost mezi dimenzí vlastního podprostoru a násobností vlastního čísla (Věta 10.4).
- (3) Formulujte větu o matici podobné diagonální matici (Tvrzení 10.5)
- (4) Formulujte tvrzení o LN vlastních vektorů (Tvrzení 10.6) a LN řetězce (Věta 10.9)
- (5) Formulujte větu o ekvivalenci podobnosti diagonální matici (Věta 10.7)
- (6) Formulujte větu o podobnosti matice Jordanovu bloku (Věta 10.8)
- (7) Formulujte větu o řetězci pro matici podobné Jordanovu bloku (Věta 10.10)
- (8) Formulujte větu o podobnosti Jordanově matici (Věta 10.11)
- (9) Formulujte větu o Jordanově kanonickém tvaru (Věta 10.12)

- (10) Formulujte nutnou podmínku konvergence řady (Věta 11.1) a větu o lineárních operacích s řadami (Věta 11.2).
- (11) Formulujte a ilustруйте na příkladu srovnávací a limitní srovnávací kritérium (Věta 11.3, Věta 11.4). **Naznačte důkaz** srovnávacího kritéria.
- (12) Formulujte a ilustруйте na příkladu odmocninové a podílové kritérium (Věta 11.5, Věta 11.6). **Naznačte důkaz** odmocninového kritéria.
- (13) Formulujte integrální kritérium (Věta 11.7). Diskutujte konvergenci řady $\sum \frac{1}{n^\alpha}$ (Věta 11.8.)
- (14) Formulujte a porovnejte podílové kritérium (Věta 11.6) a Raabeovo kritérium (Věta 11.9).
- (15) Formulujte Abel-Dirichletovo a Leibnizovo kritérium. **Odvodte** Leibnizovo kritérium z Abel-Dirichletova (Věty 11.11 a 11.12).
- (16) Formulujte a porovnejte věty o násobení řad (Věty 11.14, 11.15).
- (17) Vyslovte větu o chování mocninné řady vzhledem ke kruhu konvergence (Věta 11.16). Spočtete poloměr konvergence zadané řady.
- (18) Vyslovte věty o derivování mocninné řady (Věty 11.17, 11.18) a Abelovu větu o chování na konvergenční kružnici (Věta 11.19). Ilustrujte použití na zadaném příkladu.

- (19) Formulujte větu o struktuře řešení lineární diferenciální rovnice n -tého řádu s nekonstantními koeficienty (Věta 12.2)
- (20) Formulujte větu o tvaru fundamentálního systému řešení lineární diferenciální rovnice n -tého řádu s konstantními koeficienty pomocí kořenů charakteristického polynomu (Věta 12.3)
- (21) Formulujte větu o uhodnutí partikulárního řešení (Věta 12.4)
- (22) Formulujte lemma a větu o variaci konstant (Lemma 12.5, Věta 12.6)
- (23) Formulujte věty o vlastnostech Wronskiánu (Věta 12.7, Věta 12.8)
- (24) Popište postup při řešení rovnice ve tvaru totálního diferenciálu, včetně její definice.
- (25) Popište postup při řešení Bernoulliho rovnice (včetně její definice).
- (26) Popište postup při řešení Eulerovy rovnice (včetně její definice).
- (27) Popište dvě metody řešení soustav ODR: pomocí úprav a pomocí vlastních čísel a vektorů.

- (28) Dle vlastního výběru popište postup při řešení některého netriviálního typu u obecné rovnice 2. řádu.

- (29) Ukažte (**dokažte**) souvislost křivkových integrálů prvního a druhého druhu.
 (30) Formulujte větu o nezávislosti křivkového integrálu na parametrizaci (Věta 13.1)
 (31) Formulujte větu o výpočtu křivkového integrálu druhého druhu pomocí potenciálu (Věta 13.2). Vysvětlete (definujte) všechny pojmy ve větě obsažené.
 (32) Formulujte větu o ekvivalenci existence potenciálu vektorového pole (Věta 13.4). Vysvětlete (definujte) všechny pojmy ve větě obsažené a **naznačte důkazy** alespoň dvou implikací.
 (33) Formulujte větu o souvislosti potenciálnosti pole s nulovou rotací pole (Věta 13.5).
 (34) Formulujte věty o nezávislosti plošného integrálu na parametrizaci (Tvzení 14.1 a 14.2).
 (35) Odvoďte vztahy mezi plošným integrálem 1. a 2. druhu přes hladkou 2-plochu v $\mathbb{R}^3$.
 (36) Naznačte důkaz Gauss-Green-Ostrogradského vztahu ((1) ve Větě 15.1)
 (37) Formulujte a **a odvoďte** větu o divergenci, vzorce pro integraci per partes a obě Greenovy formule (Věty 15.1–15.3).
 (38) Formulujte Greenovu větu (Věta 15.5) a Stokesovu větu (Věta 15.6). Vysvětlete, jak je to u těchto vět s orientací křivek resp. ploch.

M. Rokyta, 21.12.2017