

Požadavky k ústní části zkoušky Aplikovaná matematika I – NMAF071 ZS 2010/11

(přednášející M. Rokyta)

Definice

Definujte pojmy z níže uvedeného seznamu. U každé definice se bude posuzovat jak přesnost, tak porozumění (tj. můžu se ptát na různé příklady, které definici ilustrují nebo takové můžu sám dát a ptát se, jestli splňují danou definici apod.)

- rozdíl množin, kartézský součin množin
- zobrazení, definiční obor a obor hodnot zobrazení
- obraz množiny, vzor množiny
- zobrazení prosté, zobrazení "na", bijektivní zobrazení
- složené zobrazení
- inverzní zobrazení
- mohutnost množin, konečná, spočetná, nespočetná množina
- zdola omezená množina, shora omezená množina, omezená množina
- horní závora, dolní závora, supremum množiny, infimum množiny
- maximum množiny, minimum množiny
- posloupnost
- omezená posloupnost, zdola omezená posloupnost, shora omezená posloupnost
- neklesající posloupnost, nerostoucí posloupnost
- rostoucí posloupnost, klesající posloupnost
- ryze monotónní posloupnost, monotónní posloupnost
- limita posloupnosti
- vybraná posloupnost, podposloupnost
- konvergentní posloupnost, divergentní posloupnost
- rozšířená reálná osa a její aritmetika
- nevlastní limita posloupnosti
- hromadná hodnota posloupnosti
- reálná a komplexní funkce jedné reálné proměnné
- rostoucí funkce, klesající funkce, nerostoucí funkce, neklesající funkce
- monotónní funkce, ryze monotónní funkce

- lichá funkce, sudá funkce, periodická funkce
- shora omezená funkce, zdola omezená funkce, omezená funkce
- okolí bodu, prstencové okolí bodu, pravé a levé okolí bodu, pravé a levé prstencové okolí bodu
- limita funkce v bodě, limita funkce v bodě zprava (resp. zleva)
- funkce spojitá v bodě, funkce spojitá v bodě zleva (resp. zprava)
- funkce spojitá na intervalu
- maximum a minimum funkce na množině
- lokální maximum a minimum funkce vzhledem k množině
- definice obecné mocniny – a^b
- derivace funkce v bodě, derivace funkce v bodě zleva (resp. zprava)
- diferenciál reálné funkce jedné reálné proměnné
- $(n + 1)$ -ní derivace funkce v bodě
- primitivní funkce
- rovnost primitivních funkcí až na konstanty
- Taylorův polynom
- symbol "malé o"
- inflexní bod, konvexní funkce, konkávní funkce
- ryze konvexní funkce na intervalu, ryze konkávní funkce na intervalu
- asymptota funkce
- obyčejná diferenciální rovnice (ODR), řád ODR
- rovnice se separovanými proměnnými
- lineární ODR 1. řádu
- lineární ODR 2. řádu s konstantními koeficienty, homogenní a nehomogenní rovnice, charakteristická rovnice, obecné řešení, partikulární řešení
- Newtonův určitý integrál, konvergentní a divergentní Newtonův integrál
- křivka, délka křivky
- grupa, komutativní grupa
- lineární vektorový prostor (LVP)
- lineární kombinace prvků, triviální a netriviální lineární kombinace
- lineární závislost a nezávislost
- podprostor
- lineární obal množiny
- generátor LVP, konečně generovaný LVP, nekonečně generovaný LVP
- báze LVP, dimenze LVP
- lineární zobrazení mezi dvěma LVP, obor hodnot a jádro lineárního zobrazení

Věty a tvrzení

Všechny níže uvedené věty a tvrzení pečlivě zformulujte. Důkazy (**zhruba v rozsahu přednášky**) budu požadovat **pouze u těch vět a tvrzení**, u kterých je to níže výslovně uvedeno. Jinak budu vždy vyžadovat pouze dobré porozumění vět, a situací, na které se věty aplikují.

Za všemi tvrzeními je uvedeno číslo, které odpovídá číslování vět v učebním textu, který je připraven na webu. **POZOR!! Ve verzi tohoto učebního textu, kterou jsem rozdával na přednášce, došlo k nesprávnému číslování v kapitole 1, kde všechny definice, věty a tvrzení mají číslo tvaru 2.n místo správného 1.n.** Omlouvám se.

- formulujte de Morganova pravidla
- formulujte axiom suprema a větu o infimu
- jednoznačnost limity posloupnosti (Věta 1.5)
- souvislost konvergence a omezenosti posloupnosti (Věta 1.6) – **naznačte důkaz**
- limita vybrané posloupnosti (Věta 1.7)
- aritmetika limit posloupností (Věta 1.8)
- limita součinu omezené posloupnosti a posloupnosti s nulovou limitou (Věta 1.9)
- limita a absolutní hodnota (Věta 1.10)
- limita a uspořádání (Věta 1.11)
- dva strážníci pro posloupnosti (Věta 1.12) – **naznačte důkaz**
- limita typu " $A/0$ " (Věta 1.13)
- limita monotónní posloupnosti (Věta 1.14)
- Bolzano – Weierstrassova věta (Věta 1.15)
- limita posloupnosti a Bolzano-Cauchyova podmínka (Věta 1.16)
- jednoznačnost limity funkce (Věta 2.1)
- vztah limity a jednostranných limit (Věta 2.2)
- limita a omezenost funkce (Věta 2.3) – **naznačte důkaz**
- aritmetika limit funkcí (Věta 2.5)
- limita součinu omezené funkce a funkce s nulovou limitou (Věta 2.6)
- limita funkce $A/0$ (Věta 2.7)
- věta o záměně 0 a ∞ (Věta 2.8)
- limita funkce a uspořádání, věta o srovnání (Věta 2.9)
- limita složené funkce (Věta 2.10)
- limita monotónní funkce (Věta 2.11)
- Heineova věta o limitě (Věta 2.12)
- Heineova věta o spojitosti (Věta 2.13)
- vztah derivace a spojitosti (Věta 3.1) – **naznačte důkaz**
- aritmetika derivací (Věta 3.2)
- derivace složené funkce (Věta 3.3)
- derivace inverzní funkce (Věta 3.4)
- l'Hospitalovo pravidlo (Věta 3.5)

- derivace a limita derivace (Věta 3.6)
- Leibnizův vzorec (Věta 3.7) – **naznačte důkaz**
- primitivní funkce a rovnost až na konstanty (Věta 4.1) – **naznačte důkaz**
- existence primitivní funkce (Věta 4.2)
- aritmetika primitivních funkcí (Věta 4.3)
- integrace per partes (Věta 4.4) – **naznačte důkaz**
- první (Věta 4.5) a druhá (Věta 4.6) věta o substituci – **naznačte důkaz**
- Bolzanova věta o mezihodnotě (Věta 5.1)
- zobrazení intervalu spojitou funkcí (Věta 5.2)
- věta o inverzní funkci (Věta 5.3)
- omezenost a spojitost na intervalu (Věta 5.4)
- spojitost funkce a nabývání extrémů (Věta 5.5)
- nutná podmínka lokálního extrému (Věta 5.6) – **naznačte důkaz**
- Rolleova věta (Věta 5.7) – **naznačte důkaz**
- Lagrangeova věta (Věta 5.8) – **naznačte důkaz**
- Cauchyova věta (Věta 5.9)
- vztah derivace a monotonie (Věta 5.10)
- Peanův tvar zbytku (Věta 5.11)
- obecný (Věta 5.12), Lagrangeův (Věta 5.13) a Cauchyův (Věta 5.14) tvar zbytku
- nutná podmínka pro inflexi (Věta 5.15)
- postačující podmínka pro inflexní bod (Věta 5.16)
- druhá derivace a konvexita (Věta 5.18)
- postačující podmínka pro lokální extrém (Věta 5.19)
- existence asymptoty (Věta 5.20)
- ODR - u jednotlivých typů ODR vysvětlíte postup při řešení
- per partes pro určitý integrál (Věta 6.2) – **naznačte důkaz**
- substituce pro určitý integrál (Věta 6.3)
- první (Věta 6.4) a druhá (Věta 6.5) o střední hodnotě
- délka křivky (Věta 6.6)
- plošný obsah rovinných množin (Věta 6.7)
- objem a povrch rotačního tělesa (Věta 6.8)
- lineární závislost a lineární kombinace (Tvzení 7.1)
- Steinitzova věta (Věta 7.2)
- vlastnost lineárního obalu (Věta 7.3)
- existence báze (Věta 7.4)
- věta o záměně (Věta 7.5)
- věta o souřadnicích (Věta 7.6)
- věta o prostých zobrazeních (Věta 7.8)
- věty o dimenzích (Věta 7.9, Věta 7.10)
- Fredholmova alternativa (Věta 7.11)