

POSUDEK VEDOUCÍHO DIPLOMOVÉ PRÁCE

AUTOR: Martin Křepela

TITUL: Skorokompaktní vnoření prostorů funkcí

VEDOUcí PRÁCE: Luboš Pick

K nejdůležitějším problémům studovaných v teorii prostorů funkcí a jejich aplikací je otázka vzájemného porovnání různých prostorů funkcí. Základními pojmy zde jsou *spojité vnoření* mezi dvěma prostory funkcí (tj. inkluze a spojitost identického operátoru) a *kompaktní vnoření* (tj. existence konvergentní podposloupnosti libovolně omezené posloupnosti funkcí). Zatímco spojitě vnoření je pro mnohé aplikace nedostačující, kompaktní vnoření nemusí platit a nebo může být velmi těžké jej dokázat. Pojem *skorokompaktního vnoření* (v literatuře též někdy nazývaný *absolutně spojitě vnoření*) představuje vhodný a velmi zajímavý mezistupeň mezi spojitým a kompaktním vnořením a v mnoha situacích jej lze využít jako důkazový prostředek při odvozování kompaktních vnoření jiných prostorů funkcí; známe-li totiž skorokompaktní vnoření mezi nějakými dvěma prostory funkcí a víme-li nějakou doplňující informaci (například kompaktnost v míře a podobně), můžeme často odvodit kompaktnost jiného vnoření (typickým příkladem jsou prostory, jejichž norma pracuje s gradientem skalární funkce více proměnných). Přestože pojem skorokompaktního vnoření lze vzácně nalézt v literatuře přibližně od 70. let 20. století, jeho podrobný a soustředěný výzkum nastal teprve v posledních několika letech. O skorokompaktním vnoření je toho zatím známo poměrně málo; žádná rozumná obecná charakteristika neexistuje, bylo dokázáno několik postačujících podmínek a u konkrétních škál prostorů funkcí je kromě Lebesgueových a Orliczových prostorů, u nichž je charakterizace skorokompaktního vnoření triviálním pozorováním, k dispozici nutná postačující podmínka pouze pro koncové Lorentzovy a Marcinkiewiczovy prostory.

Úkolem diplomanta bylo seznámit se s existující literaturou o skorokompaktním vnoření a pokusit se nalézt nutné a postačující podmínky pro skorokompaktní vnoření klasických Lorentzových prostorů typu Λ a typu Γ . Tento úkol diplomant v podstatě beze zbytku splnil a na základě vlastní iniciativy jej doplnil o odpovídající prostory slabého typu a některé výsledky uvedl do obecnějšího kontextu takzvaných Banachových svazů.

Diplomová práce má tři kapitoly, první ale tvoří jen krátký úvod do problematiky. Druhá kapitola má přípravný charakter, obsahuje souhrn základních pojmů z teorie Banachových prostorů funkcí a Banachových svazů. Dále jsou zde uvedeny základy teorie prostorů s (kvazi-)normami invariantními vůči nerostoucímu přerovnání. V druhé kapitole je také zavedena takzvaná optimální konstanta vnoření, která má později v důkazech zásadní význam. Najdeme tu důkaz nutné podmínky pro skorokompaktní vnoření na fundamentální funkce příslušných prostorů a je zde také uvedena souvislost skorokompaktního vnoření se stejnou vlastností prostorů funkcí obsahujících přerovnané funkce na intervalu. Dále je v této kapitole charakterizováno skorokompaktní vnoření v řeči přerovnaných funkcí. Zbytek práce je tvořen třetí kapitolou, která obsahuje hlavní autorovy výsledky. Tato kapitola je přehledně rozčleněna do pěti podkapitol; v první (nečíslované) nalezneme obecná pozorování, v následujících čtyřech pak jejich aplikaci ke konkrétním vnořením klasických Lorentzových prostorů; protože zdrojový i cílový prostor mohou být buď typu Λ

nebo typu Gamma, jsou celkem čtyři možnosti různých vnoření - ty definují zbývající podkapitoly.

Metody použité v důkazech v kapitole 3 nejsou v pravém smyslu nové, neboť se jedná se většinou o aplikaci ekvivalence skorokompaktního vnoření a jisté mizející limitní formy optimální konstanty spojitého vnoření na nutné a postačující podmínky pro příslušné spojitě vnoření, přesné použití těchto metod na všechny konkrétní situace, jichž je poměrně mnoho a jsou různých povah, představuje však technicky velice náročnou práci.

Vědecké výsledky práce jsou zajímavé a představují základ publikovatelného materiálu. V roce 2011 autor s výsledky obsaženými v této diplomové práci zvítězil v celostátním kole soutěže SVOČ. Množství nepřesností, které se v práci objevují, je bohužel lehce nadprůměrné; důvodem tohoto faktu je jednak to, že prostorů funkcí zahrnutých do výsledků je příliš mnoho a jsou v závislosti na příslušných parametrech velice rozdílné, jednak snaha o presentaci výsledků v příliš obecné formě Banachových svazů kombinovaná s nedostatkem času v závěrečných stádiích práce. Podstatná část tohoto nedostatku jde na vrub vedoucího práce.

Přes naznačené nedostatky podle mého názoru pan Křepela prokázal slušnou úroveň svého matematického myšlení, dále dokázal, že rozsah jeho matematických vědomostí je velice dobrý a tyto jsou postaveny na solidních základech, že je schopen samostatné práce s literaturou i samostatné práce vědecké a své výsledky sepsal v přehledné formě (i když v posledně jmenované dovednosti má zatím jisté rezervy). Kvalita práce podle mého názoru vyhovuje požadavkům kladeným na diplomovou práci, a proto navrhuji, aby byla přijata k obhajobě.

V Praze 28. srpna 2011

Luboš Pick