

POSUDEK VEDOUCÍHO DIPLOMOVÉ PRÁCE

AUTOR: Miloslav Holík

TITUL: Nerovnosti pro integrální operátory

VEDOUCÍ PRÁCE: Luboš Pick

Jednou z nejzajímavějších metod, které se v harmonické analýze objevily v 70. letech 20. století, je takzvaná “good-lambda inequality”. Autorem této metody byli Burkholder a Gundy (1970), autory pozdějšího jejího významného vylepšení na takzvanou “better good-lambda inequality” pak Bagby a Kurtz (1986). Tato metoda je určena k získání normových odhadů pro nějaký důležitý operátor (nejčastěji jistý typ singulárního integrálu nebo potenciálu), a to pomocí operátoru v nějakém smyslu “snazšího” (nejčastěji jisté variace maximálního operátoru).

Úkolem diplomanta bylo posbírat a přehledně sepsat známé výsledky a pokusit se o důkaz nové good-lambda inequality vhodné pro Rieszův potenciál definovaný na homogenním prostoru.

Diplomová práce má tři kapitoly. První kapitola obsahuje souhrn základních pojmů (zejména z teorie tzv. Banachových prostorů funkcí a jejich podtřídy prostorů s normami invariantními vůči nerostoucímu přerovnání) a dalších teoretických podkladů (zejména vhodných pokrývacích lemmat). Druhá kapitola je věnována kompilační části práce, tedy souhrnu známých výsledků o good-lambda nerovnostech, třetí pak obsahuje vlastní výsledky diplomanta zahrnující nerovnosti mezi Rieszovým potenciálem na homogenním prostoru a příslušným vhodným frakčním maximálním operátorem. Diplomant splnil beze zbytku zadání úkoly v přípravné i kompilační části. Ve vědecké části bylo sice dosaženo několika zajímavých nových výsledků, hlavní výsledná nerovnost však bohužel obsahuje nepříjemnou konstantu, která nedovoluje uplatnit iterační metodu a získat výsledky plně analogické těm, které jsou známy o obdobných operátorech v eukleidovském prostředí. Tento fakt nepovažuji za chybu diplomanta, zvolený problém byl prostě s největší pravděpodobností příliš těžký a není vyloučeno, že pan Holík se k jeho řešení vrátí později.

Metody použité v důkazech v kapitole 3 (a vlastně už v kapitole 1) jsou nesmírně technické a náročné na přesnost výpočtů a odhadů. Vzhledem k zvláštnostem způsobeným obecností homogenního prostoru (například modifikovaná trojúhelníková nerovnost a podobně) se napříč textem pohybuje velké množství rozličných konstant, na které je neustále nutno dávat pozor. V této souvislosti je třeba pochválit diplomanta za pečlivost, se kterou se této části práce zhostil.

Většina technik, které diplomant v důkazech užil, jsou známé postupy. Hlavní výsledky jsou tedy sice v jistém smyslu nové, ale v podstatě očekávatelné a zatím podle mého názoru nepředstavují publikovatelný materiál, při další práci by se ale mohly v takový vyvinout, zejména podaří-li se odstranit výše zmíněnou konstantu. Práce se pochopitelně nevyhnula jistým nepřesnostem, je jich ale poměrně málo a nejsou příliš významné.

Autor prokázal velice slušnou úroveň své matematické kultivovanosti, schopnost samostatné práce kompilačního i výzkumného charakteru, dobrou orientaci v literatuře a v neposlední řadě také schopnost sepsat své výsledky v přehledné formě.

Kvalita práce podle mého názoru vyhovuje požadavkům kladeným na diplomovou práci, a proto navrhuji, aby byla přijata k obhajobě.

V Praze 28. srpna 2011

Luboš Pick