

Oponentský posudek na diplomovou práci
Nerovnosti pro integrální operátory

Autor práce: Miroslav Holík

Oponent: Stanislav Hencel

V této diplomové práci jsou studovány takzvané 'good λ -nerovnosti' a jejich aplikace na normové odhady v obecném kontextu quasi-metrického prostoru s doubling mírou. Tyto výsledky jsou známé a velmi důležité v $\mathbb{R}^n$ s Lebesgueovou mírou a student některé z těchto výsledků zobecnil do tohoto obecnějšího kontextu.

V první kapitole jsou zavedeny příslušné pojmy a jsou zde dokázány potřebné pokrývací věty. V druhé kapitole jsou bez důkazů připomenuty známé výsledky pro obecné singulární integrální operátory na $\mathbb{R}^n$. Ve třetí klíčové kapitole jsou pak některé z těchto výsledků dokázány na quasi-metrickém prostoru, ale pouze pro analogii Rieszova potenciálu. Tyto výsledky jsou pak aplikovány na normové odhady na Lebesgueových a Lorentzových prostorech.

Důkazy většiny prezentovaných výsledků jsou inspirovány příslušnými důkazy z $\mathbb{R}^n$, a proto tato práce není úplně originální nebo přespříliš kreativní. Na druhou stranu je práce psána pečlivě a srozumitelně a je z ní patrné, že autor danému textu rozumí. Připomínky jsou sepsány dole, jejich počet není příliš velký a žádná z nich není 'podstatná'.

Při své obhajobě by měl student reagovat na připomínky 6, 9 a 13. Práce splňuje podmínky kladené na diplomovou práci.

V Praze dne 11.8.2011

Stanislav Hencel

Připomínky a poznámky:

1. strana 2, konec 2. odstavce: 'Riesz potential' a ne 'potencial'.
2. strana 3, řádek -7. Proč je $n > 1$? Nešlo by $n \geq 1$ nebo dokonce $n > 0$?
3. Na množinový rozdíl se většinou používá setminus - viz například začátek strany 9. Je lepší psát $B \setminus E$.
4. strana 11, řádek 6: Zde je asi potřeba neatomičnost míry μ . Sice to plyne z 'doubling' podmínky, ale mělo by to být zmíněno.
5. strana 15, řádek 4 až 6 důkazu Lemmatu 1.3.5: 'for any $y \in B(x_j)$... and for any $y \in B(x)$ '. Bylo by asi vhodné použít dvě různá písmenka.
6. strana 15, řádek -4: Na levé straně je suma přes j a na levé r_j bez sumy.

7. strana 17, řádek -8 až -10. Nevhodná formulace. Předpokládám, že správně má být $|x|^\beta \in A_p$, právě když platí požadovaná nerovnost. Tato formulace se může chápat, že libovolná A_p váha musí být mocninná.
8. strana 18, Theorem 2.1.1: Ve znění věty by mělo být řečeno, že T je definován jako nahoře.
9. strana 24, řádek -10: Proč je G^C otevřená?
10. strana 24, řádek -10: $\text{dist}(z, X \setminus E)$ má být asi $\text{dist}(z, X \setminus G)$.
11. strana 24, vzorec (3.5): Asi by bylo vhodné říct, jestli toto chceme dokázat pro jednu B , pro všechny B , nebo pro všechny Whitneyovské B .
12. strana 30, 2. odstavec: Toto důležité značení je psáno poměrně nepřehledně. Doporučoval bych použít matematický mód.
13. strana 34, řádek 6: Tento krok by měl být podle mě detailněji vysvětlen.
14. strana 34, Remark: Domnívám se, že pro tuto implikace je právě předpoklad potřeba.
15. strana 35, řádek -3 až -4: Tento krok by měl být podle mě detailněji vysvětlen.