

## POSUDEK NA DIPLOMOVOU PRÁCI VENDULY EXNEROVÉ

### Bifurkace obyčejných diferenciálních rovnic z bodů Fučíkova spektra

Vendula Exnerová věnuje svoji diplomovou práci, kterou předkládá k obhajobě, zkoumání Fučíkova spektra (v dalším FS) okrajových úloh pro jednu rovnici a smíšené okrajové úlohy pro soustavu dvou rovnic.

V 1. kapitole uvádí přehled základních použitých pojmů. Ve 2. kapitole se zabývá FS okrajových úloh pro jednu rovnici. Kromě shrnutí známých výsledků pro úlohu Dirichletovu provádí samostatně výpočty pro úlohu smíšenou a Neumannovu a získává tak podrobný přehled FS všech tří základních úloh.

Těžiště práce leží v kapitole 3, kde autorka s využitím výsledku E. Massy a B. Rufa (Top. Methods Nonlinear Anal. 27, 2007) pro Dirichletovu úlohu provádí podrobný výzkum FS smíšené úlohy pro soustavu dvou rovnic. V této kapitole také upřesňuje některé důkazy v uvedeném článku. Základní metodou je symetrické prodloužení. V částech 3.1-3.3 je provedena redukce počtu parametrů z původních 8 na 4 (resp. 3). Jsou rovněž studovány základní vlastnosti takto získaných úloh. V části 3.4 je provedeno symetrické rozšíření systému, část 3.5 obsahuje odvození jemnějšího vymezení oblasti, v níž se může FS smíšené úlohy nacházet. Vektorová funkce, která je netriviálním řešením, odpovídajícím bodu FS, má tu vlastnost, že její obě složky buď současně mění nebo nemění znaménko. V 3.6 se tyto výsledky dále zpřesňují. V 3.7 jsou studovány oblasti, ležící vně FS. V části 3.8 je dokázáno, že FS dvou rovnic se smíšenými okrajovými podmínkami má tvar sjednocení spočetně mnoha hladkých ploch v  $\mathbb{R}^3$ . A konečně v 3.9 je dokázáno, že FS je v  $\mathbb{R}^3$  uzavřená množina.

Práce je napsána velmi pečlivě. Vytknul bych ji pouze dvě věci. Předně by neškodilo zřetelněji vymezit, co je původním příspěvkem autorky k dané tematice. Dále - na str. 25 je při zkoumání jednoho z dílčích příkladů FS navržen postup, který kvůli nelinearitě pravé strany rovnice nelze použít.

Tématika FS je poměrně bohatým průsečíkem řady metod klasické a funkcionální analýzy. Autorka práce předvedla, že tento materiál zvládla a dovedla ho samostatně použít. Dokázané výsledky jsou pěkné a znamenají posun ve zkoumání problematiky FS. Navrhuji, aby práce byla přijata jako práce diplomní a ohodnocena známkou

V Praze dne 16. května 2011

doc. RNDr. Oldřich John, CSc.,  
Universita Karlova, Matematicko-fyzikální fakulta