Posudek oponenta na diplomovou práci

Daniel Campbell: **Vlastnosti zobrazení s konečnou distorzí**

Diplomová práce Daniela Campbella se zabývá vlastnostmi zobrazení s konečnou vnější či vnitřní distorzí. Obsahuje známé i nové výsledky.

Geometrická teorie funkcí, studující zobrazení s konečnou distorzí, vznikla zobecňováním teorie konformních zobrazení. Postupem času se ukázalo, že její výsledky mohou mít aplikace v teorii konečné pružnosti a tím motivace pro její prohlubování dostala nové dimenze. Jedná se tedy o výrazně aktuální problematiku, studovanou zejména ve Finsku, Česku, USA a Itálii.

Klíčové výsledky práce jsou zformulovány v úvodu. Druhá kapitola má pomocný charakter. V třetí kapitole se dokazuje, že pokud sobolevovské zobrazení má nezáporný jakobián a gradient v $L^n \log^{-1} L$ , potom je sobolevovský jakobián lokálně integrovatelný a shoduje se s distributivním jakobiánem. Výsledek původně dokázali T. Iwaniec a C. Sbordone, v diplomové práci je důkaz nově zpracován. Ve čtvrté kapitole je dokázáno, že zobrazení s konečnou distorzí je spojité, pokud gradient je v $L^n \log^{-1} L$ nebo vnější distorze je exponenciálně integrovatelná. Ani tento výsledek není nový (podíleli se na něm T. Iwaniec, P. Koskela a J. Onninen), ale autor diplomové práce se zde snažil využít jednodušších závěrů k průhlednějšímu důkazu. Pátá kapitola dokresluje pozitivní výsledky jednoduchými protipříklady.

Původní výsledky práce jsou obsaženy v kapitolách 6 a 7. Jedná se o větu, že sobolevovský homeomorfismus, jehož vnitřní distorze $K_I$ splňuje $\exp(\lambda K_I^{\frac{1}{n-1}}) \in L^1$, nemůže zobrazovat kouli s vynechaným středem na kouli s vynechaným kontinuem, jehož $(n-1)$-rozměrná projekce má kladnou míru. Dále je uveden příklad, který má přesně mezní modulus spojitosti, který je známý z pozitivních výsledků. Výsledek je spočítán v obecnosti orliczovských funkcí.

Práce je dostatečně obsažná, mohla by být zpracována i podrobněji, na některými kroky technických výpočtů je třeba se zamýšlet. Výsledky jsou správné, důkazy jsou koncepčně správné, v detailech se vyskytují nepřesnosti. Výklad je dobře utříděný, pečlivě zpracovaný a srozumitelný. Jazyková úroveň je dobrá. Nové výsledky jsou dost zajímavé. Celkový dojem z práce kazí několik chyb, z nichž některé jsou závažnější než překlepy.

Konkrétní poznámky k práci jsou následující:

1. Theorem 1.4, nejasný význam symbolu $X$.
2. Definition 2.13, nepřesné vyjadřování, $|D_i f|$ nejsou weak derivatives (ale jejich normy).
3. Lemma 3.5, jak je míněna maximální funkce, když definiční obor není $\mathbb{R}^n$?
4. Důkaz lemmatu 3.7, $1 \geq j \leq K$?
5. Důkaz lemmatu 3.7, pro stejné objekty se používají symboly $k$ i $K$, $R$ i $r_0$.
6. Lemma 3.7, není jasné, jak je míněna maximální funkce z funkcí, které nejsou definovány všude.
7. Lemma 3.7 a důkaz jsou značně nepřesné v zacházení s koulemi, po vyjasnění záležitosti s maximální funkcí by stejně $f$ měla být sobolevovská na $4B \subset \Omega$.
8. Lemma 3.8, na začátku důkazu se nepoužívá per-partes, ale derivace součinu.
9. Důkaz lemmatu 3.8, místo $CM|Df_1| > \lambda$ má být $CM|Df_1|(y) > \lambda$.
10. Důkaz lemmatu 3.8, mělo by být řečeno, že $\delta$ volíme pevně.
11. Důkaz věty 3.3, opět maximální funkce z gradientu, když definiční obor není $\mathbb{R}^n$.
12. Důkaz věty 3.3, lipschitzovská úprava nemusí zachovat nulovou okrajovou podmínku!
13. Example 5.3, předpoklad $n \geq 3$ není ve znění příkladu.
14. Example 5.5, odhad ... $\leq \frac{c}{|x|}$ není dobře.
15. Lemma 6.1 je triviální důsledek lemmatu 4.6. ($\alpha = t^{n-1}b$).
16. Lemma 6.2, nemělo by se dovolit, aby $b$ nabývalo hodnoty 0.
17. Lemma 6.3, předpoklad o míře průmětu je zbytečný a v kontextu topologického lemmatu zavádějící.
18. Důkaz lemmatu 6.3, symbol $\rho$ je používán pro projekci, ale je to množina.
19. Důkaz lemmatu 6.3, typická ukázka přílišné stručnosti, existence funkce $\Phi$ by se měla zdůvodnit.

**20.** úvod ke kapitole 7, termín "critical" je vágní, není z něj vidět, zda kritická funkce podmínku splňuje nebo nesplňuje.

**21.** Důkaz věty 7.1, odhad $K_0(x)$ potřebuje $\log\log |x|^{-1} > 2 + \alpha$.

**22.** Důkaz věty 7.1, $K$ má být $K_O$.

Při obhajobě by měl uchazeč reagovat na připomínky 6, 7, 12 a 14.

Práce je reprezentativním výsledkem úsilí, které vyústilo v získání netriviálních původních výsledků i ke zpracování kompilační části, která přispívá k nabytí obvyklého rozsahu. Poslední kapitoly jsou inovativní i v použitých metodách. Prezentace je jasná a srozumitelná. Práce splňuje požadavky kladené na diplomovou práci.

V Praze 19. května 2011

Prof. RNDr. Jan Malý, DrSc.