

POSUDEK VEDOUCÍHO DIPLOMOVÉ PRÁCE

AUTOR: Eva Pernecká

TITUL: Compactness of operators on function Spaces

VEDOUCÍ PRÁCE: Luboš Pick

Chování integrálních operátorů na specifických prostorech funkcí patří mezi základní otázky funkcionální analýzy. Mezi těmito operátory mají své nezastupitelné místo operátory Hardyova typu, jejichž význam díky rozsáhlé oblasti aplikací vysoce překračuje hranice oboru. V posledních přibližně deseti letech se však v souvislosti s některými specifickými problémy moderní funkcionální analýzy ukazuje, že integrální operátory pro popis všech důležitých situací nestačí. Pro úspěšné řešení některých důležitých úloh je třeba pracovat s novým typem operátoru, který na místě integrace obsahuje operaci suprema. Mezi konkrétními přímými aplikacemi můžeme například jmenovat výzkum optimality prostorů funkcí ve vnořeních Sobolevova typu, odhady Calderónova typu pro nerostoucí přerovnání frakčního maximálního operátoru nebo přímé aplikace v teorii interpolací. Je tedy zapotřebí vybudovat dostatečné penzum poznatků o chování těchto operátorů na prostorech funkcí. Tento výzkum je ovšem nesmírně technicky komplikovaný. Základní potíže vznikají hlavně díky tomu, že na rozdíl od integrace není operace suprema lineární. Tento fakt znemožňuje užití některých klasických metod, například technik založených na dualitě.

Diplomová práce slečny Evy Pernecké je věnována výzkumu kompaktnosti operátorů obsahujících supremum na váhových prostorech funkcí. Hlavní výsledky je možno rozdělit do tří samostatných skupin. V první části (odstavec 3.1) autorka charakterizuje kompaktnost obecného operátoru, jehož produktem jsou nezáporné neklesající funkce, pomocí stejnoměrné absolutní spojitosti norem jisté třídy funkcí. Jde o výsledek zcela nového typu, který s největší pravděpodobností vyvolá v matematické obci odezvu a najde široké uplatnění v dalším výzkumu. Ve druhé části (odstavec 3.2) autorka velmi vynalézavým způsobem uplatňuje metodu založenou na myšlence takzvaných Muckenhouptových tříd na supremální operátory. Tato metoda byla dosud známa pouze pro operátory integrální, je ale třeba říci, že vzhledem k výše uvedeným technickým obtížím se nejedná o pouhé zobecňování známé teorie, nýbrž o zcela nový přístup. Autorka po překonání značných technických problémů dostává úplnou charakterizaci kompaktnosti operátoru suprema na váhových Banachových prostorech funkcí splňujících Muckenhouptovu podmínku. Tato podmínka ovšem představuje jistá omezení, například pro dvojici Lebesgueových prostorů je splněna jen při jisté nerovnosti mezi jejich parametry. S tím se autorka nespokojila a ve třetí části přináší obdobnou charakterizaci, ovšem tentokrát pro Lebesgueovy prostory, které Muckenhouptovu podmínku nesplňují. K tomu využívá hlubokou a technicky mimořádně náročnou metodu diskretizace a antidiskretizace, která je sice známá od roku 2003, ale zatím byla využita pouze pro omezenost supremálních operátorů, nikoli pro jejich kompaktnost.

Vzhledem k tomu, že jde o studentskou práci, jsou výsledky slečny Pernecké zcela mimořádné, nade vši pochybnost jsou publikovatelné v kvalitním mezinárodním časopise. Rád bych vyzdvihl to, že autorka pracovala samostatně a že vklad vedoucího práce byl v tomto případě minimální. Práce je napsána s kromobyčejnou

pečlivostí, výbornou angličtinou, a navíc autorka evidentně věnovala velké množství času a úsilí na to, aby se práce čtenáři dobře četla, což u tak technické disciplíny rozhodně nemohlo být jednoduché.

Autorka prokázala nade vší pochybnost vysokou úroveň své matematické kultivovanosti, nadprůměrnou tvůrčí invenci, schopnost samostatné vědecké práce, a v neposlední řadě také schopnost sepsat své výsledky v přehledné a publikovatelné formě.

Kvalita práce podle mého názoru vysoce přesahuje požadavky kladené na diplomovou práci. Navrhuji, aby byla diplomová práce slečny Pernecké uznána za vyhovující a aby byla ohodnocena známkou výborně.

V Praze 25. května 2010

Luboš Pick