

Posudek diplomové práce "Separabilní redukce ve funkcionální analýze" studenta Marka Cútha

Práce se zabývá metodou, která umožňuje ukázat, že některé vlastnosti množin a funkcí ve funkcionální analýze jsou vlastnostmi restrikcí na separabilní podprostory. Jde přitom o velmi formální metodu "spočetných submodelů", tj. jistých spočetných tříd množin, pro které je relativní platnost nějakého konečného seznamu formulí ekvivalentní jejich platnosti absolutní. Je až překvapující, že aplikací tak formálního postupu lze dostat zajímavé výsledky. O tom svědčí např. dvě aplikace v kapitole 6. I když nejsou důkazy těchto zajímavých výsledků s pomocí uvedené metody zcela bez práce, evidentně důkaz významně usnadnila.

Vzhledem k tomu, že práce se soustřeďuje na výsledky ve funkcionální analýze a přitom je podstatná část spadá do teorie množin, klade její napsání pro v teorii množin nezbedného čtenáře velké nároky na autora. V práci jsou připomenuty některé základní pojmy a axiomy teorie množin. Není možné, aby byly vysvětleny všechny používané pojmy, ty lze nalézt v učebnicích. Několik nevysvětlených "pojmů" a několik málo nepřesností trochu snižuje srozumitelnost. Užívaný obrat v důkazech, kde se od počátku pracuje s objektem, jehož existence se dokazuje, mi připadá zbytečný a spíš nevhodný. Lze pochopit, jak je to myšleno, i když si myslím, že explicitní apriorní vysvětlení chybí.

Diplomant přes uvedené námitky, které se týkají způsobu, jakým jsou některé části teorie podány, zvládl těžký úkol výborně. Evidentně potřebná fakta pochopil a dovedl je aplikovat na zajímavé nové výsledky. Proto si myslím, že uvedená diplomová práce splňuje to, co se od ní očekává.

Seznam některých nedostatků, na které jsem narazil bez připomínek k interpunkci a nematematickým překlepům, které uvádím zvlášť zejména pro informaci autorovi.

Str. 8¹¹: Vzhledem k následujícímu má být zřejmě "separabilní uzavřený podprostor".

Str. 8_{5,8}: o M je tědět víc nebo za X_M zvolíme uzavřený lineární obal $X \cap M$ (už uzavěr bude zpravidla lineární, ale zde to není z ničeho vidět).

Str. 10-11: "Definici" např. $\Phi(u)$ považuji za nekorektní. Např. jak poznám, že ve $\Phi(x)$ může být x vázanou proměnnou a ve $\Phi(u)$ to "pak" o u platit nesmí? (Autor zřejmě převzal tuto nekorektnost z literatury.)

Str. 17¹⁵: V jakém smyslu se mluví o "vydělávání množin z M " mi není jasné. Interpretace, které mě napadají by měly mluvit o vydělávání tříd?

Str. 18¹⁰: Přesnější by bylo doplnit $\beta \in ON$.

Str. 20¹⁰: Asi má být "pro pouhnutí Reflekční věty".

Str. 22 dole: Vysvětlení se zdá být pro další dost podstatné, proto by mělo být co nejsrozumitelnější. Jaké použití má autor na mysli? Písmena $x_0, \dots, x_n$ v hranaté závorce za Φ znamenají, že jde o všechny volné proměnné ve formuli Φ . Co znamená, že volná proměnná je v M ? O tom se dosud nikde nemluvalo. Jde asi o pokus přepsat slovy tvrzení, že $\forall x_0, \dots, x_n \in M (\Phi \leftrightarrow \Phi^M)$ a že tuto ekvivalenci můžeme používat jen pro "hodnoty proměnných v M "?

Str. 24, Tvrzení 3.5: Jde o prototyp důkazu, pro který bude dále používána ne zcela obvyklá "metoda důkazů", kdy se existence M dokazuje tak, že od počátku s

M pracujeme. Když už byl tento způsob prezentace zvolen, měl by být zcela jasné vysvětlen. Považuji proto za vážný nedostatek, že ve znění je odkaz na formule (*), z nichž jedna je relativizovaná vzhledem k M . Domnívám se, že jde o malou nepřesnost a že (*) měla být o dva řádky níže (?), ale pro pochopení dalšího pro důvěřivého čtenáře nepříjemnou.

Na počátku důkazu by bylo dobré uvést explicitně, že $A \in M$. To se v dalších důkazech obvykle explicitně uvádí a čtenář by se na to měl připravit.

Str. 25₁₁: Možná by slovo "zajímavých" mohlo být vynecháno v tomto místě?

Str. 25, úmluva: Domnívám se, že v dalším se (zpravidla?) tvrdí, že "pro vhodný elementární model M platí $\Phi(M)$? Rozhodně např. tvrzení 3.8 a další pracují s M .

St. 26: Je uvedena úmluva, která vysvětluje, co znamená v tvrzeních formulace "pro vhodný model platí" (existenci blíže nespecifikovaných formulí). To, že s takovými nespecifikovanými a asi ne jednoznačně určenými "vhodnými modely" budeme pracovat, jakoby existovaly, od počátku důkazů, se myslím explicitně jako úmluva neobjevuje. Myslím, že modelem, který v takovém důkazu máme od počátku na mysli, je model pro formule (nebo alespoň pro formule), které se dále objeví, spíše než libovolný jiný vhodný model (tak jako v důkazu Tvrzení 3.5)?

Lemma 4.5: Asi by bylo dobré zmínit se o tom, že jde o známý výsledek, ev. uvést citaci.

Str. 35₄: Asi $U(x, r) \cap A$?

Str. 39₁₀: "Protože všechny PRVKY jsou v M " bych specifikoval; jako o prvku se mluví explicitně o y a tuto proměnnou autor zrovna nemá na mysli.

Str. 49₃: Existenci limity se zde myslí vlastní či nevlastní?

Lemma 6.10: Seznam formulí má být konečný nezávisle na n !

Věta 6.11: n vystupuje ve dvou rolích.

Str. 52₁₂: Místo a má být v ?

Str. 53₁₀: Má být skutečně (P2)?

Str. 54₅: Místo j má být k ?

Str. 54 dole: "Takové tvrzení pravděpodobně platí" a "bylo dokázáno, že tato vlastnost je separabilně redukovatelná". Tomu nerozumím. Snad se chce říci, že tvrzení lze pravděpodobně dokázat uvedenými metodami či má autor na mysli jiné tvrzení, než to dokázané J. Tišerem?

Důkaz Lemmatu 6.19: Mělo by být alespoň zmíněno, že $i, f \in \overline{C(K) \cap M}$ je v Y .

V Praze dne 21. 5. 2010

Petr Holický
oponent diplomové práce

Zcela formální připomínky

5¹² ... Out - t místo r.

Str. 5 ... v uvozovkách asi "to be ..."? , před "that" nebývá čárka.

W. Kubis atd. ... mezi W. a jménem se dělá mezera.

Str. 6, 9 ... "představujeme" a "zabývám"; vyzvedneme, nepovažuji - kombinují se časy.

Str. 10₃ ... ekvivalentní - chybí n.

Str. 13₁₂ ... čárka před "splňující ..." nadbytečná, ev. přidat za Φ ?

Str. 17 ... mezi y_1 a y_l někdy , ..., někdy , ...,.

Str. 32¹³ ... jedno "má" navíc.

Str. 35₅ ... čárka před "pro kterou".

Str. 46₉ ... Baireovu?

Str. 48⁵ ... asplundovskosti (jako fréchetovskosti o pár řádek dál).

Str. 49¹¹ ... jí změnit na ji.

Str. 58₆ ... jedno "je" je navíc.