POČETNÍ ČÁST ZKOUŠKY 15.1.2007

PŘÍJMENÍ A JMÉNO:

SKUPINA (CVIČÍCÍ):

ZÍSKANÉ BODY:

1.	2.	3.	Σ

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale co nejpřesněji odůvodněte. Pokud používáte nějaké tvrzení, nezapomeňte je uvést a ověřit splnění všech jeho předpokladů.

---

1. [9b] V prostoru $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$ nalezněte řešení rovnice

$$-y''' + k^2 y' = \delta\,, \quad k > 0\,,$$

které splňuje $y(-x) = -y(x)$ pro $x \neq 0$.

---

2. [10b] Najděte **inverzní** Laplaceovu transformaci $\mathcal{L}^{-1}F$ funkce

$$F(p) = 1 + \frac{ab}{p^2\,(p^2+a^2)\,(p^2+b^2)} + \frac{p^3}{(p+1)^2}\,, \quad b > a > 0\,.$$

---

3. [11b] Pro $a > 0$ položme $G := K_a(0) \cup (\{0\} \times (-\infty, -a\rangle)$, tj. G je kruh se středem v počátku a s poloměrem a, sjednocený se zápornou imaginární osou. Dále buď $\Omega := \mathbb{R}^2 \setminus \overline{G}$, tj. doplněk uzávěru množiny G. Nechť funkce $g(x) = 1$ na hranici kružnice $K_a(0)$ a $g(x) = 0$ na zbytku hranice oblasti Ω. Nechť konečně $u(x)$ je omezené řešení rovnice

$$\Delta u = 0 \quad \text{v } \Omega$$

s okrajovou podmínkou

$$u = g \quad \text{na hranici } \Omega\,.$$

Nalezněte hodnoty $u(0, y)$ pro $y > a$.

(Návod: začněte konformním zobrazením $f(z) = iz$.)

TEORETICKÁ ČÁST ZKOUŠKY 15.1.2007

PŘÍJMENÍ A JMÉNO:

SKUPINA (CVIČÍCÍ):

ZÍSKANÉ BODY:

1.	2.	Σ

---

1. [**12b**]

   (a) Zformulujte větu o inverzi pro Laplaceovu transformaci (pro funkce) ve tvaru křivkového integrálu v $\mathbb{C}$, i ve tvaru součtu reziduí.

   (b) Dokažte tu část věty, která se týká součtu reziduí.

---

2. [**8b**]

   (a) Definujte tenzorový součin distribucí, zformulujte větu o jeho Fourierově transformaci (bez důkazu).

   (b) Zformulujte distributivní Fubiniho větu a ukažte, jak plyne z předcházejících úvah.
