POČETNÍ ČÁST ZKOUŠKY $\boxed{12.1.2007}$

PŘÍJMENÍ A JMÉNO:

SKUPINA (CVIČÍCÍ):

ZÍSKANÉ BODY:

1.	2.	3.	Σ

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale co nejpřesněji odůvodněte. Pokud používáte nějaké tvrzení, nezapomeňte je uvést a ověřit splnění všech jeho předpokladů.

---

1. [11b] V prostoru $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^3)$ řešte rovnici

$$(-\Delta + 2i\alpha\nabla + k^2)\, u = \delta\,, \quad \alpha \in \mathbb{R}^3\,, \quad k > |\alpha|\,.$$

(Návod: nejprve zaveďte novou funkci předpisem $u(x) = v(x)\, e^{i\alpha\cdot x}$.)

---

2. [10b]

(a) Najděte řešení rovnice vedení tepla na polopřímce

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0\,, \quad x > 0\,, \quad t > 0\,,$$

které splňuje $u(0,t) = 0$ pro $t > 0$, $u(x,0) = U_0 > 0$ pro $x > 0$.

(b) Odvoďte tvar Greenovy funkce pro rovnici vedení tepla.

(c) Zdůvodněte, jak jste zacházeli s počáteční podmínkou $u(x,0) = U_0 > 0$ pro $x < 0$ v bodu (a) výše, a proč.

---

3. [9b] V prostoru $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$ řešte rovnici

$$y^{(4)} - 2k^2 y'' + k^4 y = \delta\,, \quad k > 0\,.$$

Teoretická část zkoušky 12.1.2007

Příjmení a jméno:

Skupina (cvičící):

Získané body:

1.	2.	Σ

1. **[12b]**
   (a) Zformulujte větu o Laplaceově operátoru ve smyslu distribucí pro radiálně symetrické funkce.
   (b) Dokažte tuto větu.

2. **[8b]**
   (a) Definujte prostor distribucí $\mathcal{D}'(\mathbb{R}^m)$ a prostor Schwarzovských (temperovaných) distribucí $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^m)$.
   (b) Definujte konvergenci v prostoru $\mathcal{S}(\mathbb{R}^m)$ rychle klesajících funkcí.
   (c) Ukažte, že každá funkce $f \in L^1(\mathbb{R}^m)$ se dá chápat jako distribuce z $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^m)$. Tj. ukažte, jak byste definovali regulární distribuci T_f, definovanou funkcí f, a že T_f je distribuce z $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^m)$