Zkoušková písemka č. 4, 14.6.2004

MA pro F, MAF041, 2. semestr

1. Najděte všechna řešení rovnice
$$(x^2 + y^2)(x\,dy - y\,dx) = (a + x)\,x^9\,dx\,, \qquad a \in \mathbb{R}\,.$$
Integrační faktor závisí buď na x nebo na y nebo na $x + y$.
2. Najděte všechny lokální extrémy funkce
$$f(x, y) = \frac{xy}{2}\sqrt{4 - 4x^2 - y^2}$$
na vnitřku jejího definičního oboru.
3. Najděte globální extrémy funkce
$$f(x, y, z) = x + y + z$$
na množině
$$M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3\,;\; x^2 + y^2 \le z \le 1\}\,.$$
4. Jaká je nutná podmínka existence lokálního extrému funkce $f \in \mathcal{C}^1$? Zformulujte a dokažte.
5. Definujte kontraktivní zobrazení. Zformulujte a dokažte Banachovu větu o pevném bodu.