Zkoušková písemka č. 3, 31.5.2004

MA pro F, MAF041, 2. semestr

1. V rovnici
$$x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = z\,, \qquad \text{kde} \;\; z = z(x,y)\,,$$
proveďte záměnu proměnných $u = x$, $v = \frac{y}{x}$, a tím ji vyřešte. Proveďte zkoušku dosazením do původní rovnice.

2. Najděte všechny lokální extrémy funkce
$$f(x,y) = \sin x\,\cos y\,\cos(x-y)$$
na otevřené množině $(0, \frac{\pi}{2}) \times (0, \frac{\pi}{2})$.

3. Najděte globální extrémy funkce
$$f(x,y) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$$
na množině
$$M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\,;\; x^2 + y^2 + z^2 \le 100\}\,.$$

4. Ukažte, že spojitým obrazem kompaktu K je kompakt. Ukažte jaké (dva) důsledky to má pro $f \in \mathcal{C}(K)$. (S důkazy).

5. Ukažte, že konvergence v eukleidovské normě v $\mathbb{R}^n$ je "po složkách".