

# Informace a požadavky ke zkoušce z MA4 (NMTM202)

**Písemná část** zkoušky bude sestávat z části početní (110 minut) a teoretické (50 minut). Systém bodování bude podobný jako dosud.

**Ústní část** bude povinnou součástí zkoušky pro všechny, kteří napíší písemku aspoň na bodovou hranici nutnou na hodnocení *dobře*. V případě neúspěchu u ústní části bude třeba opakovat i písemku.

**Další pravidla:** Jako obvykle nebudou dovoleny žádné elektronické pomůcky, sešity, (oficiální) taháky ani tabulky vzorců.

## Početní část – požadavky

*Funkce více proměnných:* čkejte něco podobného úlohám na zápočet. Některé početní úlohy budou mít více (snadných) bodů – aby se v každé písemce objevil větší počet z následujících témat:

- skládání funkce a křivky; hledání extrému takto složené funkce metodami 1. semestru;
- limita funkce více proměnných: lehčí příklady, popř. těžší s nápovědou;
- parciální derivace, totální diferenciál, gradient;
- derivace funkce podle vektoru a ve směru vektoru;
- řetízkové pravidlo;
- lokální extrémy: hledání podezřelých bodů a vyšetření Hessovy matice (pozitivně definitní apod.);
- hledání vázaného extrému pomocí Lagrangeova multiplikátoru.

*Stejněměrná konvergence posloupností a řad funkcí:*

- stejněměrná konvergence posloupnosti funkcí pomocí Lemmatu o  $\sigma_n$ ;
- vyvrácení stejněměrné konvergence pomocí argumentů jako: nezachování omezenosti, nezachování neomezenosti, nezachování spojitosti;
- výpočet  $\sigma_n$  pomocí metod prvního semestru (hledání extrému funkce jedné proměnné);
- stejněměrná konvergence řad funkcí: Weierstrassovo kritérium;
- vyvrácení stejněměrné konvergence řady pomocí nutné podmínky.

## Teoretická část – požadavky

Poněkud nepřesné pravidlo určující požadavky ke zkoušce je, že *se můžu a budu ptát na věci, které byly probrány na přednášce nebo na cvičení*. Důkazy, které nejsou ve skriptech, nebudu požadovat.

Toto pravidlo má nějaké výjimky, které najdete v seznamu níže. Podotýkám, že když něco nebudu explicitně požadovat u zkoušky, ještě to neznamená že můžete/máte příslušné odstavce ve skriptech úplně vynechat. Skripta čtete celá.

### Seznam výjimek, případně doporučení:

- Poznámka 1.12: nebudu požadovat axiomy normy.
- Poznámka 1.13: nebudu požadovat vzorce (1.8).
- Věta 1.21: požaduji i s důkazem. Ideální by byla i aspoň hrubá znalost důkazu Fermatovy věty (a samozřejmě její znění).
- Věta P: pouze znění, důkaz není potřeba.
- Definice 1.27: беру i jiné (ekvivalentní) definice kvadratické formy (např. co jste probrali v kurzu LA).
- Poznámka 1.29: nebudu zkoušet.
- Lemma 1.34: bez důkazu.
- Důsledek 1.40: má sloužit spíš jako pomůcka pro početní praxi. Nebudu ho zkoušet.
- Cvičení 1.51: něco podobného jedině v úloze C.
- Fakt 1.54: bez důkazů. Jednodušší důkazy se mohou objevit v úloze C nebo v nějaké formě při ústní části zkoušky.
- Tvrzení 1.60 nebudu požadovat.
- Lemma 1.64 na přednášce nebylo, a tedy ho nebudu požadovat. Přesto mu věnujte aspoň krátkou pozornost.
- Subsekce 1.5.1 Limity pomocí polárních souřadnic: nebudu zkoušet žádnou teorii, na tu nezbyl čas. Početní metodu můžete normálně používat při výpočtech limit.
- Tvrzení 1.67 je z 1. semestru, ale důkaz chci (ve skriptech je uveden).
- Sekce 1.6. věnujte pozornost i všem komentářům a motivaci pro pojem totálního diferenciálu.
- Sekce 1.6.3.: stačí umět aplikovat Řetízkové pravidlo v konkrétní početní úloze; nebudu zkoušet přesnou formulaci. Přesněji:
- Věta 1.88: stačí umět aplikovat; nemusíte se učit formulaci.
- Poznámka 1.89: Je dobré si ji přečíst.
- Věta 1.90: není třeba (ani formulace).
- Příklady 2.4 a 2.5: pouze informativně.
- Cv. 2.12 si promyslete. Stačí si pořádně napsat příslušné definice a mělo by to být jasné.
- Pozorování 2.19: pozor, struktura a uspořádání důkazu jsou trochu jiné než na přednášce (našel jsem jednodušší důkazy). Je vhodné si nakreslit obrázek, většina bodů je pak snadno představitelná.
- Pozorování 2.19: můžete vynechat body (i) a (j) (tj. poslední dva).
- Poznámka 2.21: alternativní důkaz v ní uvedený se nemusíte učit. (Ovšem pokud mi někdo alt. důkaz napíše, budu jedině rád.)
- Příklad 2.25: důležitý!
- Věta 2.26: i s důkazem (jedno kterým – viz Pozn. 2.27)
- Lemma 2.29: bez důkazu
- Věta 2.30: bez důkazu
- Lemma 2.33: důkaz (všech bodů) by měli znát ti, kdo chtějí aspirovat na jedničku.
- Poznámka 2.37: pouze informativně (tj. přečtete si ji)

- Poznámka 2.40: stačí chápat důkaz ekvivalence (i) a (ii). ústní části na lepší známku.
- Cv. 2.41 je snadné, může se vyskytnout u
- Cv. 2.42 jako 2.41.

## Klíčové pojmy

Kromě nutného počtu bodů bude ještě jedna nutná podmínka úspěšného složení zkoušky, a to správně znát všechny *klíčové pojmy*. Pokud se tedy u zkoušky ukáže neznalost některého klíčového pojmu, bude znamenat velký problém.

### Klíčové pojmy jsou následující:

- supremum a infimum množiny, respektive minimum a maximum (rozdíl mezi nimi);
- limita posloupnosti a funkce (vlastní i nevlastní, případně i v nevlastních bodech);
- derivace funkce, primitivní funkce;
- Newtonova-Leibnizova formule (znění);
- eukleidovská norma a vzdálenost;
- spojitost a limita funkce vzhledem k množině;
- izometrie;
- parciální derivace, totální diferenciál, gradient
- metrika, metrický prostor;
- otevřená množina, uzavřená množina;
- kompaktní množina, charakterizace kompaktních množin v eukleidovském prostoru;
- extrémy funkce (lokální, globální, vzhledem k množině);
- bodová a stejnoměrná konvergence posloupnosti nebo řady funkcí;
- součet řady číselné i řady funkcí;

---

**Důležitá poznámka:** Chybička se vždycky může vloudit. Pokud jsem na přednášce o nějakém důkazu říkal, že ho nebudu požadovat, a na seznamu výše příslušná věta chybí, dejte mi o tom vědět co nejdříve a já to zde opravím. Pokud by byly jakékoliv nejasnosti, napište mi, prosím, co nejdříve zprávu.