Konvergence zobecněného Riemannova integrálu

---

1 Vyšetřete konvergenci následujících integrálů:

(a) $\displaystyle\int_1^\infty \sin\frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x$

(b) $\displaystyle\int_2^\infty x^{1000}e^{-x}\,\mathrm{d}x$

(c) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sin^2 x}\,\mathrm{d}x$

(d) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{\sin x}}\,\mathrm{d}x$

(e) $\displaystyle\int_3^\infty \left(e^{\frac{1}{x^2}}-1\right)x\,\mathrm{d}x$

(f) $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^{4/3}}{1-\cos x}\,\mathrm{d}x$

(g) $\displaystyle\int_0^1 \frac{\ln x^2}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$

(h) $\displaystyle\int_0^1 \frac{\cos x}{1-\cos x}\,\mathrm{d}x$

(i) $\displaystyle\int_2^\infty \frac{1}{x^p\ln^q x}\,\mathrm{d}x$

[1] (a) K; (b) K; (c) D; (d) K; (e) D; (f) K; (g) K; (h) D; (i) K, pokud $p>1$ nebo $p=1,\ q>1$;

---

2 Vyšetřete konvergenci následujících integrálů:

(a) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sin^2 x}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$

(b) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\left|\sin\frac{1}{x}\right|\cdot\operatorname{arctg} x}{x}\,\mathrm{d}x$

(c) $\displaystyle\int_0^1 \frac{\ln x}{1-x^2}\,\mathrm{d}x$

(d) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\ln x}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$

(e) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\ln(1+x)}{x\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$

(f) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^p x\cdot\cos^p x\,\mathrm{d}x$

$*$(g) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{x-\sin x}{x^p}\,\mathrm{d}x$

✠(h) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\cos x)\operatorname{tg}^p x\,\mathrm{d}x$

[2] (a) D; (b) K; (c) K; (d) K; (e) K; (f) K pro $p>-1, q>-1$; (g) K pro $p\in(2,4)$; (h) K právě pro $p\in(-3,1)$;

---

3 Příklady navíc, k jejichž řešení jsme neprobírali příslušnou teorii:

(a) $\displaystyle\int_0^\infty x\cos x^4\,\mathrm{d}x$

(b) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sin\left(x+\frac{1}{x}\right)}{x^a}\,\mathrm{d}x$

$*$(c) $\displaystyle\int_2^\infty \frac{\sin x}{x+2\sin x}\,\mathrm{d}x$

$*$(d) $\displaystyle\int_1^\infty x^p\sin(x+\ln x)\,\mathrm{d}x$

$*$(e) $\displaystyle\int_0^\infty \left(\cos x-e^{-\frac{x^2}{2}}\right)x^{-a}\,\mathrm{d}x$

[3] (a) RK; (b) RK pro $a\in(0,2)$, AK nikdy; (c) RK; (d) K pro $p<0$, AK pro $p<-1$; (e) K pro $a\in(0,5)$, AK pro $a\in(1,5)$.;