

# Počítačová algebra: Cvičení 2

24. října 2022

1. Napište funkci, který vynásobí dvě čísla a vypíše výsledek. Aplikujte na čísla v  $\mathbb{Z}$  a v  $\mathbb{Z}_{32}$ .
2. Napište dvě funkce, které pro  $a, b \in \mathbb{Z}$  spočítají  $NSD(a, b)$  pomocí Eukleidova algoritmu – jedna s pomocí rekurze, druhá bez ní. Porovnejte jejich rychlost navzájem a oproti zabudované funkci  $gcd$ .  
(K porovnávání se mohou hodit funkce *timeit*, *ZZ.random\_element*.)
3. Modifikací algoritmu z předchozí úlohy napište funkci, která kromě  $NSD(a, b)$  vrátí i koeficienty  $u, v$  takové, že  $NSD(a, b) = ua + vb$ .
4. Reprezentujme číslo  $n = \sum_{i=0}^n a_i B^i$  v bázi  $B$  pomocí seznamu (*list*)  $[a_0, a_1, \dots, a_n]$ . Pro takto reprezentovaná čísla, napište funkce sčítání, odčítání a násobení konstantou. (Jedna z možností je např. pro sčítání stylem *navez\_fce(a, b, B)*, kdy funkci předáme dva listy na sečtení a specifikujeme bázi  $B$ .)
5. Pro reprezentaci čísel z úlohy 4 napište funkci na převod čísel mezi bázemi.  
(Nápověda: prvek *ZZ* má metodu *digits*. Opačným směrem funguje *ZZ(list, B)*)
6. Pro reprezentaci čísel z úlohy 4 napište funkci násobení pomocí klasické školské metody.
7. Pro reprezentaci čísel z úlohy 4 implementujte metodu násobení pomocí Karacubova triku. Porovnejte rychlost s klasickým školním násobením.
8. Napište funkce *gcd\_list([list of integers], function f)*, *lcm\_list(...)*, které pro seznam celých čísel a libovolnou funkci  $f(a, b) = NSD(a, b)$  spočtou jejich největšího společného dělitele a nejmenší společný násobek. Zkuste ji následně použít, jak se zabudovanou funkcí *gcd*, tak s funkcí z úlohy 2.