

1. Ukažte, že platí

$$\sum_{n=0}^N \cos nx = \frac{\sin \frac{(N+1)x}{2}}{\sin \frac{x}{2}} \cos \frac{Nx}{2}.$$

2. Spočtete

$$\int_{\gamma} \ln z \, dz,$$

kde γ je jednotková kružnice orientovaná v kladném směru. Víme, že komplexní logaritmus lze jednoznačně definovat pouze pokud provedeme výběr větve. (To jest určíme interval, ze kterého budeme pro $z = |z|e^{i\varphi}$ brát argument $\varphi = \text{Arg } z$.) Integrál spočtete pro dvě různé definice komplexního logaritmu:

- $\varphi \in (-\pi, \pi]$, což odpovídá takzvané hlavní hodnotě komplexního logaritmu, která má nespojitost na záporné reálné ose,
- $\varphi \in [\frac{\pi}{2}, \frac{5}{2}\pi)$, což odpovídá definici logaritmu, který má nespojitost na kladné imaginární ose.

(Pokud se vám nelíbil můj neumělý náčrtek, tak vezte, že graf zobrazující imaginární část komplexního logaritmu najdete vyvedený v krásných barvách kupříkladu na https://en.wikipedia.org/wiki/Complex_logarithm.)