

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale přesně odůvodněte. Pokud používáte nějaké tvrzení, nezapomeňte ověřit splnění předpokladů.

1. Uvažujte vektorové pole $\mathbf{v} = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^n}$. Spočtěte $\text{rot rot } \mathbf{v}$, $\Delta \mathbf{v}$ a $\nabla \text{div } \mathbf{v}$. Ověřte, že v $\mathbb{R}^3 \setminus \{\mathbf{0}\}$ je splněna obecná identita

$$\text{rot rot } \mathbf{v} = \nabla \text{div } \mathbf{v} - \Delta \mathbf{v}.$$

2. Ukažte, že pro regulární matici \mathbb{A} platí

$$\frac{\partial^2 \det \mathbb{A}}{\partial \mathbb{A}^2} [\mathbb{B}, \mathbb{C}] = (\det \mathbb{A}) (\text{Tr}(\mathbb{A}^{-1} \mathbb{B}) \text{Tr}(\mathbb{A}^{-1} \mathbb{C}) - \text{Tr}(\mathbb{A}^{-1} \mathbb{B} \mathbb{A}^{-1} \mathbb{C})).$$