Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale přesně odůvodněte. Pokud používáte nějaké tvrzení, nezapomeňte ověřit splnění předpokladů.

1. Buď $\mathbb{A} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ a $\mathbb{B} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ invertovatelné matice. Ukažte, že

$$\det(\mathbb{A} + \mathbb{B}) = \det \mathbb{A} + \operatorname{Tr}\left(\mathbb{A}^\top \operatorname{cof} \mathbb{B}\right) + \operatorname{Tr}\left(\mathbb{B}^\top \operatorname{cof} \mathbb{A}\right) + \det \mathbb{B},$$

   kde $\operatorname{cof} \mathbb{C} =_{\text{def}} (\det \mathbb{C})\, \mathbb{C}^{-\top}$. (V důkazu je vhodné použít definici stopy a determinantu přes smíšený součin.)

2. Buď $\mathbb{A} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ invertovatelná matice a buď $\mathbf{u}$ a $\mathbf{v}$ libovolné vektory tak, že $\mathbf{v} \bullet \mathbb{A}^{-1}\mathbf{u} \neq -1$. Ukažte, že

$$(\mathbb{A} + \mathbf{u} \otimes \mathbf{v})^{-1} = \mathbb{A}^{-1} - \frac{1}{1 + \mathbf{v} \bullet \mathbb{A}^{-1}\mathbf{u}} \left(\mathbb{A}^{-1}\mathbf{u}\right) \otimes \left(\mathbb{A}^{-\top}\mathbf{v}\right).$$