

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale přesně odůvodněte. Pokud používáte nějaké tvrzení, nezapomeňte ověřit splnění předpokladů.

V krychli o hraně h uvažujte rovnice

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \mu \Delta \mathbf{v} + \rho A \cos(\omega t) \mathbf{e}_z,$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0.$$

1. Ukažte, že rovnice lze převést do bezrozměrného tvaru

$$\frac{d\mathbf{v}^*}{dt^*} = -\frac{p_{\text{char}}}{\rho v_{\text{char}}^2} \nabla^* p^* + \frac{\mu}{\rho v_{\text{char}} l_{\text{char}}} \Delta^* \mathbf{v}^* + \frac{A t_{\text{char}}}{v_{\text{char}}} \cos(\omega t_{\text{char}} t^*) \mathbf{e}_z, \quad (1)$$

$$\operatorname{div}^* \mathbf{v}^* = 0, \quad (2)$$

kde hvězdička značí bezrozměrné veličiny a t_{char} , l_{char} , v_{char} a p_{char} značí zvolený charakteristický čas, délku, rychlost a tlak. (Přičemž platí $v_{\text{char}} = \frac{l_{\text{char}}}{t_{\text{char}}}$ a $p_{\text{char}} = \rho v_{\text{char}}^2$.)

2. Zvolte $l_{\text{char}} =_{\text{def}} h$ a $t_{\text{char}} =_{\text{def}} \sqrt{\frac{l_{\text{char}}}{A}}$, což by odpovídalo tomu, že charakteristický čas je volen s ohledem na „typické zrychlení“. Ukažte, že rovnice v bezrozměrném tvaru (1) jsou

$$\frac{d\mathbf{v}^*}{dt^*} = -\nabla^* p^* + \frac{1}{\operatorname{Re}_1} \Delta^* \mathbf{v}^* + A_1 \cos(\Omega_1 t^*) \mathbf{e}_z, \quad (3)$$

$$\operatorname{div}^* \mathbf{v}^* = 0, \quad (4)$$

kde Re_1 , Ω_1 a A_1 jsou bezrozměrná čísla. Tato čísla vyjádřete pomocí μ , ρ , h , ω a A .

3. Zvolte $l_{\text{char}} =_{\text{def}} \sqrt{\frac{2\mu}{\rho\omega}}$ a $t_{\text{char}} =_{\text{def}} \sqrt{\frac{l_{\text{char}}}{A}}$, což by odpovídalo tomu, že charakteristický čas je volen s ohledem na „typické zrychlení“ a charakteristický rozměr odpovídá takzvané Stokes délce. Ukažte, že rovnice v bezrozměrném tvaru (1) jsou

$$\frac{d\mathbf{v}'}{dt'} = -\nabla' p' + \frac{1}{\operatorname{Re}_2} \Delta' \mathbf{v}' + A_2 \cos(\Omega_2 t') \mathbf{e}_z, \quad (5)$$

$$\operatorname{div}' \mathbf{v}' = 0, \quad (6)$$

kde Re_2 , Ω_2 a A_2 jsou bezrozměrná čísla. Tato čísla vyjádřete pomocí μ , ρ , h , ω a A .

4. Zvolte $l_{\text{char}} =_{\text{def}} h$ a $v_{\text{char}} =_{\text{def}} \frac{A}{\omega}$, což by odpovídalo tomu, že charakteristická rychlost je volena jako rychlost „na konci periody“. Ukažte, že rovnice v bezrozměrném tvaru (1) jsou

$$\frac{d\mathbf{v}''}{dt''} = -\nabla'' p'' + \frac{1}{\operatorname{Re}_3} \Delta'' \mathbf{v}'' + A_3 \cos(\Omega_3 t'') \mathbf{e}_z, \quad (7)$$

$$\operatorname{div}'' \mathbf{v}'' = 0, \quad (8)$$

kde Re_3 , Ω_3 a A_3 jsou bezrozměrná čísla. Tato čísla vyjádřete pomocí μ , ρ , h , ω a A .