Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale přesně odůvodněte. Pokud používáte nějaké tvrzení, nezapomeňte ověřit splnění předpokladů.

1. Uvažujte rychlostní pole $\mathbf{v}$ v $\mathbb{R}^2$ ve tvaru $\mathbf{v}(x,y) = v^{\hat{x}}\mathbf{e}_{\hat{x}} + v^{\hat{y}}\mathbf{e}_{\hat{y}}$, kde

$$v^{\hat{x}} =_{\mathrm{def}} -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v^{\hat{y}} =_{\mathrm{def}} \frac{\partial \psi}{\partial x},$$

a $\psi = \psi(x,y)$. Předpokládejte, že konstutitivní vztah pro uvažovanou tekutinu je klasický konstitutivní vztah pro nestlačitelnou Navier–Stokes tekutinu, aneb $\mathbb{T} = -p\mathbb{I} + 2\mu\mathbb{D}$. Ukažte, že takovéto rychlostní pole automaticky splňuje podmínku $\operatorname{div}\mathbf{v} = 0$, a že z rovnic bilance hybnosti—což jsou dvě rovnice skalární rovnice pro $v^{\hat{x}}$ a $v^{\hat{y}}$—plyne, že funkce ψ musí být řešením skalární rovnice

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Delta\psi) - \frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}(\Delta\psi) + \frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}(\Delta\psi) = \frac{1}{\mathrm{Re}}\Delta^2\psi,$$

kde $\Delta\psi =_{\mathrm{def}} \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}$ a $\Delta^2\psi =_{\mathrm{def}} \Delta(\Delta\psi)$.