

Příklady na 10. týden

Limity funkcí v nevlastních bodech

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + \dots a_1 x + a_0}{A_m x^m + \dots A_1 x + A_0}, a_n \neq 0, A_m \neq 0$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 1}{\sqrt{3x^4 - 6x^2 + 5}}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{4}{3}}(\sqrt[3]{x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^2 - 1})$

Limity funkcí l'Hospitalovým pravidlem

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x + 1) - 2(e^x - 1)}{x^3}$
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 \sin x^2}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$
9. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$

Symbyly O , o , \sim , \cong

Dokažte platnost následujících tvrzení

10. $\operatorname{arctg} x = O(1), x \rightarrow \infty$
11. $x^2 e^{-x} = o(x^a), x \rightarrow \infty, a < 0$
12. $\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} = O(\sqrt[3]{x}), x \rightarrow 0^+$
13. $\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} \cong \sqrt{x}, x \rightarrow \infty$

Najděte reálné a , tak aby platilo

14. $\frac{1+x}{1+x^4} \sim x^a, x \rightarrow \infty$
15. $e^x - \cos x \sim x^a, x \rightarrow 0.$

Limita posloupnosti

Vypočítejte

16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 - 2n^2 + 1} + \sqrt[3]{n^4 + 1}}{\sqrt[4]{n^6 - 6n^5 + 2} + \sqrt[5]{n^7 + n^3 + 1}}$
17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!}, a \in R$
18. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$
19. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$
20. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$, kde $a_1 = \sqrt{2}, a_{n+1} = \sqrt{a_n + 2}, n \geq 1$
21. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n, a_1 > 0, a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + \frac{1}{a_n}), n \geq 1$
22. Zjistěte, pro která x existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin nx.$

Najděte $\limsup_{n \rightarrow \infty}$ a $\liminf_{n \rightarrow \infty}$

23. $a_n = \frac{n-1}{n+1} \cos \frac{2}{3}n\pi$
24. $a_n = n(2 + (-1)^n)$
25. $a_n = \cos^n \frac{2}{3}n\pi$

Najděte hromadné body následujících posloupností

26. $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{7}{8}, \dots, \frac{1}{2^n}, \frac{2^n - 1}{2^n}, \dots$
27. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \dots$