

## Konvexita, konkávnost

Nalezněte intervaly, kde je funkce konvexní/konkávní, a najděte inflexní body

1.  $f(x) = e^{-x^2}$
2.  $f(x) = x \sin \ln x$
3. Dokažte nerovnost  $\frac{1}{2}(x^n + y^n) > \left(\frac{x+y}{2}\right)^n$ ,  $x, y > 0$ ,  $x \neq y$ ,  $n > 1$  a vysvětlete její geometrický význam.

## Průběh funkcí

Vyšetřujte průběh následujících funkcí

4.  $f(x) = 3x - x^3$
5.  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 5x + 6}$
6.  $f(x) = \sqrt{8x^2 - x^4}$
7.  $f(x) = \frac{\cos x}{\cos 2x}$
8.  $f(x) = e^{-2x} \sin^2 x$

## Taylorův polynom

9. Napište Taylorův polynom funkce  $f(x) = e^{2x-x^2}$  stupně 3 v bodě 0.
10. Napište Taylorův polynom funkce  $f(x) = \sqrt{x}$  stupně 3 v bodě 1.
11. Spočtěte přibližně  $\sqrt[5]{250}$ .

12. Spočtěte přibližně  $\arcsin 0,45$ .
13. Energie volné částice je v teorii relativity dána vztahem  $E = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ . Ukažte, že pro  $v \ll c$  představuje veličina  $T = E - m_0c^2$  kinetickou energii newtonovské mechaniky.

Použitím Taylorova rozvoje spočtěte limity

14.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-\frac{x^2}{2}}}{x^4}$
15.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x + a^{-x} - 2}{x^2}$
16.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(x+1)}{x^3}$