

**1.1.** Nalezněte funkci, jejíž Fourierova řada má tvar

$$\sum_{k=1}^{\infty} q^k \cos kx \quad \text{resp.} \quad \sum_{k=1}^{\infty} q^k \sin kx$$

kde  $q \in (-1, 1)$ .

**1.2.** Nalezněte Fourierovy koeficienty funkce  $f(x)$ , která je definována jako  $f(x) = x \cos x$ ,  $x \in (-\pi/2, \pi/2)$ , a dále  $\pi$ -periodicky rozšířená do  $\mathbb{R}$ .

**1.3.** Vypočtěte pro  $k \geq 0$  celé integrál

$$I_k = \int_0^{\pi} \frac{\sin kx}{\sin x} dx$$

Možno použít nápovědu na druhé straně.

*Nápověda:*

- Uvažte, že pro každé  $Q$  komplexní,  $|Q| < 1$  platí  $\sum_{n=0}^{\infty} Q^n = \frac{1}{1-Q}$ ; dále Eulerův vzorec  $e^{a+ib} = e^a(\cos b + i \sin b)$
- pozor, perioda je opravdu  $\pi$  a nikoliv  $2\pi$
- Použijte indukci  $k \rightarrow k + 2$  a součtové vzorečky