D.Ú.1 — k 10.3.2020

DU1.1 Nechť A je reálná matice 2×2.

a) Ukažte, že charakteristický polynom A lze vyjádřit pomocí determinantu a stopy A.

b) Nechť $\det A > 0$. Potom znaménko reálné části vlastních čísel A je stejné jako znaménko stopy A.

DU1.2 Uvažujte Holling-Tannerův model dravec-kořist.

a) Ukažte, že v prvním kvadrantu existuje právě jeden stacionární bod $S = (x^*, y^*)$; jeho souřadnice však počítat nemusíte.

b) Ukažte, že matice linearizace v tomto bodě má vždy kladný determinant. Určete podmínku, na níž závisí znaménko stopy této matice. *Poznámka: výpočet se poněkud zjednoduší, pokud v rovnici provedeme substituci $x = x^*X$ a $y = x^*Y$, kde X, Y jsou nové (přeškálované) hodnoty populací a x^* je x-ová souřadnice stacionárního bodu S výše.*

DU1.3 Uvažujte model konkurence

$$x' = r\left(1 - \frac{x + ay}{K}\right)x \tag{1}$$

$$y' = s\left(1 - \frac{y + bx}{L}\right)y \tag{2}$$

Načrtněte možné vzájemné polohy křivek stacionarity

$$\begin{array}{ll} (\alpha) & x + ay = K \\ (\beta) & bx + y = L \end{array}$$

a příslušnou lokální dynamiku. Za jakých podmínek na parametry modelu nastává koexistence?