

Příkl. cestující vs. revizor  
 (1. hráč) (2. hráč)

$S_1 = \{l, \check{c}\}$  ... řádky  
 $S_2 = \{z, m\}$  ... sloupce

$\pi_1$	$z$	$m$
$l$	-30	-30
$\check{c}$	-1000	0

A

$\pi_2$	$z$	$m$
$l$	-70	0
$\check{c}$	90	0

B

Diskuse: (čisté strategie)

$$\beta_1(z) = \{l\}, \beta_1(m) = \{\check{c}\}$$

$$\beta_2(l) = \{m\}, \beta_2(\check{c}) = \{z\}$$

$\Rightarrow \nexists$  čisté N.e.  
 (v čistých strategiích)

Smíšené strategie:

$$p \in \Delta_1 : p = (\alpha, 1-\alpha); \alpha \in [0, 1]$$

$$q \in \Delta_2 : q = (\beta, 1-\beta); \beta \in [0, 1]$$

$$l = e^{(1)} = (1, 0)$$

$$\check{c} = e^{(2)} = (0, 1)$$

$$z = e^{(1)} = (1, 0)$$

$$m = e^{(2)} = (0, 1)$$

$$\begin{aligned}\pi_1(p, q) &= p \cdot Aq = (\alpha, 1-\alpha) A \begin{pmatrix} \beta \\ 1-\beta \end{pmatrix} \\ &= -30\alpha - 7000(1-\alpha)\beta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\pi_2(p, q) &= p \cdot Bq = (\alpha, 1-\alpha) B \begin{pmatrix} \beta \\ 1-\beta \end{pmatrix} \\ &= -70\alpha\beta + 90(1-\alpha)\beta\end{aligned}$$

Pozorování: necht'  $p \in \beta_1(q)$ ,  $q \in \Delta_2$  -- pevně, lib.  
necht'  $p$  není čisté (tj.  $C(p) = \{1, 2\}$ )

L.3  $\Rightarrow e^{(1)}, e^{(2)} \in \beta_1(q)$ , spec.

$$\pi_1(e^{(1)}, q) = \pi_1(e^{(2)}, q)$$

$$-30 = -7000\beta$$

$$\beta = \frac{3}{700} \Rightarrow q = \left( \frac{3}{700}, \frac{97}{700} \right)$$

Analogicky, necht'  $q \in \beta_2(p)$ ,  $q$  není čisté

L.3  $\Rightarrow \pi_2(p, e^{(1)}) = \pi_2(p, e^{(2)})$

$$-70\alpha + 90(1-\alpha) = 0$$

$$\alpha = \frac{9}{10} \Rightarrow p = \left( \frac{1}{10}, \frac{9}{10} \right)$$

CELKEM: hra má jediné N.e.

$$(p, q) = \left( \left( \frac{1}{10}, \frac{9}{10} \right), \left( \frac{3}{100}, \frac{97}{100} \right) \right)$$

Příklad jestřáb vs. hvdlička  
 (hawk) (dove)  $S_1 = S_2 = \{h, d\}$

$\pi_i$	h	d
h	$\frac{V-C}{2}$	V
d	0	$\frac{V}{2} - w$

V... prémie vítězství  
 C... cena porážky (násilně)  
 W... ztráta času (smírné řešení)

(sym. hra:  $B = A^T$ )

konkrétně:  $V = 6, C = 10, W = 1$

$\pi_i$	h	d
h	-2, 6	
d	0, 2	

$$\Rightarrow \beta_i(d) = \{h\} \quad i = 1, 2$$

$$\beta_i(h) = \{d\}$$

$\Rightarrow \exists$  "čistá" N.e.  $(h, d), (d, h)$

přesněji  $(1, 0), (0, 1)$

$(0, 1), (1, 0)$

"Smíšená" N.e.?

pomocná úvaha:

$$p = (p_1, p_2)$$

$$\begin{aligned}\pi_1(\underline{p}, q) &= \pi_1(p_1 e^{(1)} + p_2 e^{(2)}, q) \\ &= \underline{p_1} \pi_1(e^{(1)}, q) + \underline{p_2} \pi_1(e^{(2)}, q)\end{aligned}$$

$\Rightarrow$   
(viz L.3)

$p \in \beta_1(q)$ ,  $p$  nečistá

nutně:  $\pi_1(e^{(1)}, q) = \pi_1(e^{(2)}, q)$  (\*)

(a pak již  $p \in \beta_1(q)$ ,  $\forall p$ )

\*)  $\Leftrightarrow q = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

$\Rightarrow \left[\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)\right]$  je N.e.

CELKEM: 3x N.e.