

**Příklad 3.1.** Necht'  $(S(t), X)$  je dynamický systém,  $W \subset X$  omezená, pohlcující, dopředně invariantní množina.

1. Ukažte, že

$$\bigcap_{\tau > 0} \overline{\bigcup_{s \geq \tau} S(s)W} = \{y \in X; \exists t_n \rightarrow \infty, x_n \in W \text{ takové, že } S(t_n)x_n \rightarrow y\}$$

2. Ukažte, že je-li  $S(1)W \subset W$  dokonce kompaktní, je výše uvedená množina (globální) atraktor dynamického systému  $(S(t), X)$ .

**Příklad 3.2.** Dokažte Lemma 4.

*Nápomoc:*

3.2 1.KROK: A lze pokrýt jednou koulí v  $X$  o poloměru  $R$ , kde  $R > 0$  je dost velké. Pomocí prostoru  $X$  a  $Y$  a daných předpokladů se pak indukcí dokáže, že mohu pokrýt koulemi v  $X$  o poloměru  $R/2^k$ , jejichž počet nepřesáhne  $N^k$ , kde  $N > 0$  je vhodná konstanta.

2.KROK: Pomocí pokrývacích odhadů z 1. kroku se ukáže, že počítací dimenze v prostoru  $X$  je nejvýše  $\ln(N)/\ln(2)$ .

Podrobnější náповěda: číslo  $N$  se volí jako počet koulí v  $X$  o poloměru  $1/4C$ , které pokryjí jednotkovou kouli v  $Y$ . Zde  $C$  je konstanta lipschitzovskosti  $L : X \mapsto Y$ . To je konečné díky předpokladu kompaktního vnoření  $Y$  do  $X$ .

Indukční krok vypadá tak, že každou z koulí v  $X$  o poloměru  $R/2^k$  zobrazím pomocí  $L$  na kouli v  $Y$  o poloměru  $CR/2^k$  a pokrývám koulemi v  $X$  o poloměrech  $R/2^{k+1}$ ; přibude jich  $N$  na každou kouli (klíčové pozorování: pokrývání je invariantní vůči posunu a škálování, proto je tu stále to stejné  $N$ ).

Co se týče druhého kroku, tak tam je standardní trik: pro dané  $\varepsilon$  najdu  $k$  takové, že  $R/2^k > \varepsilon \geq R/2^{k+1}$ .