

SEZNAM TÉMAT PRO STÁTNÍ DOKTORSKOU ZKOUŠKU Z MA (4M3)
PRO STUDENTY SE ZAMĚŘENÍM NA DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE A TEORII POTENCIÁLU

Aktualizace: 2016/03/04 D. Pražák

RA) Všeobecná témata.

RA.1 Kvalitativní teorie ODR.

stabilita, asymptotická stabilita, LaSalleho princip invariance, metoda Ljapunovských funkcí, princip linearizované stability a nestability, Hartman-Grobmanova věta, stabilní a nestabilní varieta,

literatura: Amann [1, Chapter IV, s. 198–274]

examinátoři: D. Pražák, I. Vrkoč, T. Bárta

RA.2 Klasická teorie potenciálu.

harmonické funkce: vlastnost průměru, Poissonův integrál na kouli, Harnackovy nerovnosti, konvergence Harmonických funkcí, analytičnost; subharmonické funkce: ekvivalentní podmínky, aproximace, vztah ke konvexitě a průměru; harmonické majoranty, konvergence subharmonických funkcí

literatura: Armitage & Gardiner [2, Chapter 1, s. 1–30 a Chapter 3, s. 59–84]

examinátoři: J. Spurný, D. Medková

RA.3 Základy teorie hyperbolických zákonů zachování.

základní pojmy teorie hyperbolických rovnic; prostory funkcí BV, Radonovy míry, Bochnerovy prostory; skalární nelineární zákony zachování: existence a jednoznačnost řešení; entropie, Rankine-Hugoniotovy podmínky; pomocná teorie: energetické metody pro řešení evolučních rovnic,

literatura: Málek & al., Renardy & Rogers [10, s. 1–10, 27–29, 33–63 a 281–287] a [13, s. 377–384]

examinátoři: M. Rokyta, H. Petzeltová, E. Feiereisl

RA.4 Úvod do teorie optimálních řízení.

úloha optimálního řízení: existence, jednoznačnost, spojitá závislost a diferencovatelnost řešení; ekvivalentní formulace ve tvaru diferenciální inkluze, uzavřenost množiny řešení; Kalmanova matice - globální lineární a lokální nelineární podmínky regulovatelnosti; existence optimálních regulací, nutné podmínky 1. řádu: Pontrjaginův princip maxima pro Mayerův problém

literatura: Bressan & Piccolli [3, Chapter 3-5 a Section 6.1-6.3, s. 35–115]

examinátoři: D. Pražák, I. Vrkoč, T. Bárta

RA.5 Sturm-Liouvilleova teorie lineárních rovnic 2. řádu.

lineární homogenní ODR 2. řádu: základní vlastnosti; Sturmova srovnávací věta, Sturmova oddělovací věta; odhady počtu nulových bodů, neoscilující rovnice a principiální řešení; asymptotická integrace; diskonjugované systémy

literatura: Hartman [9, Chapter XI, s. 322–400]

examinátoři: D. Pražák, P. Kaplický, I. Vrkoč

RA.6 Integrální rovnice a problém vlastních čísel.

integrální rovnice, jádro, homogenní a adjungovaná úloha; aplikace na laplaceovu rovnici, Neumannův problém; kompaktní a symetrická jádra, vlastní čísla, úplnost, Hilbert-Schmidtova věta

literatura: DiBenedetto [6, Chapter IV, s. 161–224]

examinátoři: D. Pražák, P. Kaplický, T. Bárta

RA.7 Laplaceova transformace.

Stieltjesův integrál, oblast konvergence Laplaceova integrálu, absolutní a stejnoměrná konvergence, inverzní Laplaceova transformace, chování LT na svislých přímkách, [Widder] str. 3 – 99.

literatura: Widder [15, Chapter I-II, s. 3–99]

examinátoři: T. Bárta, D. Pražák

RB) Speciálnější témata.

RB.1 Úvod do teorie homogenizace.

homogenizace eliptických rovnic; metoda více-násobných škál; Tartarova metoda oscilujících testovacích funkcí; dvou-škálová konvergenční metoda

literatura: Cioranescu & Donato [4, Chapter 6-9, s. 107–187]

examinátoři: P. Kaplický, Š. Nečasová

RB.2 Základy teorie stochastických parabolických rovnic.

lineární rovnice s aditivním šumem, lineární rovnice s multiplikatívním šumem, existence a jednoznačnost řešení nelineárních rovnic, martingalová řešení

literatura: Da Prato & Zabczyk [5, Chapter 5-8, s. 117–238]

examinátoři: J. Seidler, I. Vrkoč

RB.3 Existenční teorie pro Navier-Stokes-Fourierův systém.

rovnice stlačitelné, viskózní tekutiny s nekonstantní teplotou: Navier-Stokes-Fourierův systém; důkaz základní existenční věty: Galerkinova aproximace, umělá difuze a tlak; apriorní odhady, limitní předchody, kompaktnost a kompenzovaná kompaktnost; pomocné nástroje: div-curl lemma, oscilační defektní míra

literatura: Feireisl & Novotný [7, Chapter 3, s. 44-126]

examinátoři: E. Feireisl, M. Pokorný, O. Kreml

RB.4 Atraktor: struktura a odhady dimenze.

semigrupa, disipativita, globální atraktor; existence a struktura atraktoru, horní a dolní polospojítost; příklad: rovnice reakce difuze, existence a regularita atraktoru; Hausdorffova a fraktální dimenze; diferencovatelnost semigrupy, odhady dimenze atraktoru

literatura: Robinson [14, Chapter 10, 11, 13, s. 259–306 a 325–352]

examinátoři: D. Pražák, J. Stará, P. Kaplický

RB.5 Volterrovy integrální rovnice.

Lineární Volterrovy integrální a integrodiferenciální rovnice v R^n , lokální existence a jednoznačnost, asymptotické chování řešení (Paley-Wienerovy věty), rovnice s úplně monotónními jádry.

literatura: Gripenberg & al. [8, Chapters 2-3 a 5, s. 35–89 a 140–168]

examinátoři: T. Bárta, D. Pražák, P. Kaplický

RB.6 Regularita Navier-Stokesových rovnic.

vhodné slabé řešení, existence, regulární bod, singulární bod, odhad velikosti množiny singulárních bodů, $L^\infty(I; L^3)$ implikuje regularitu, tlak omezený zdola implikuje regularitu

literatura: Pokorný [11, Chapter 3, s. 33-63] a [12, s. 1-55]

examinátoři: M. Pokorný, P. Kaplický, J. Málek

Literatura

- [1] Herbert Amann. *Ordinary differential equations*, volume 13 of *de Gruyter Studies in Mathematics*. Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1990. An introduction to nonlinear analysis, Translated from the German by Gerhard Metzen.
- [2] David H. Armitage and Stephen J. Gardiner. *Classical potential theory*. Springer Monographs in Mathematics. Springer-Verlag London, Ltd., London, 2001.
- [3] Alberto Bressan and Benedetto Piccoli. *Introduction to the mathematical theory of control*, volume 2 of *AIMS Series on Applied Mathematics*. American Institute of Mathematical Sciences (AIMS), Springfield, MO, 2007.
- [4] Doina Cioranescu and Patrizia Donato. *An introduction to homogenization*, volume 17 of *Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications*. The Clarendon Press, Oxford University Press, New York, 1999.
- [5] Giuseppe Da Prato and Jerzy Zabczyk. *Stochastic equations in infinite dimensions*, volume 44 of *Encyclopedia of Mathematics and its Applications*. Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- [6] Emmanuele DiBenedetto. *Partial differential equations*. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1995.
- [7] Eduard Feireisl and Antonín Novotný. *Singular limits in thermodynamics of viscous fluids*. Advances in Mathematical Fluid Mechanics. Birkhäuser Verlag, Basel, 2009.
- [8] G. Gripenberg, S.-O. Londen, and O. Staffans. *Volterra integral and functional equations*, volume 34 of *Encyclopedia of Mathematics and its Applications*. Cambridge University Press, Cambridge, 1990.

- [9] Philip Hartman. *Ordinary differential equations*. S. M. Hartman, Baltimore, Md., 1973. Corrected reprint.
- [10] J. Málek, J. Nečas, M. Rokyta, and M. Růžička. *Weak and measure-valued solutions to evolutionary PDEs*, volume 13 of *Applied Mathematics and Mathematical Computation*. Chapman & Hall, London, 1996.
- [11] Milan Pokorný. *Matematická teorie Navier-Stokesových rovnic*. Skripta.
- [12] Milan Pokorný. *Regularita Navier-Stokesových rovnic*. Skripta.
- [13] Michael Renardy and Robert C. Rogers. *An introduction to partial differential equations*, volume 13 of *Texts in Applied Mathematics*. Springer-Verlag, New York, second edition, 2004.
- [14] James C. Robinson. *Infinite-dimensional dynamical systems*. Cambridge Texts in Applied Mathematics. Cambridge University Press, Cambridge, 2001. An introduction to dissipative parabolic PDEs and the theory of global attractors.
- [15] David Vernon Widder. *The Laplace Transform*. Princeton Mathematical Series, v. 6. Princeton University Press, Princeton, N. J., 1941.