

Funkce více proměnných

Parciální derivace

V následujících příkladech zjistěte, kde jsou funkce definované, spojité, kde mají parciální derivace 1. řádu a kde jsou spojité 1. parciální derivace

1. $f(x, y) = \ln(x + y)$
2. $f(x, y, z) = \cos x \cosh y$
3. $f(x, y) = |x||y|$
4. $f(x, y) = \sqrt[3]{xy}$
5. $f(x, y) = \sqrt[5]{x^5 + y^5}$
6. $f(x, y, x) = x^{\frac{y}{z}}$.
7. Nechť $\alpha \in \mathbb{R}$. Pro jaké hodnoty α bude mít funkce

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)^\alpha \sin \frac{1}{x^2 + y^2}$$

parciální derivace 1. řádu v bodě $(0, 0)$?

Spočtěte parciální derivace 2. řádu a zjistěte, zda jsou záměnné

8. $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4x^2y^2$
9. $f(x, y) = \frac{x}{y^2}$
10. $f(x, y) = x \sin(x + y)$
11. $f(x, y) = \operatorname{tg} \frac{x^2}{y}$
12. $f(x, y, z) = x^{y^z}$
13. $f(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{1-xy}$

14. $f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ (Uvažujte bod $(0, 0)$.)
15. Spočtete derivaci funkce $x^2 - y^2$ v bodě $(1, 1)$ ve směru jednotkového vektoru, který svírá s kladným směrem osy x úhel $\frac{\pi}{3}$.
16. Najděte jednotkový vektor, v jehož směru má derivace $x^2 - xy + y^2$ v bodě $(1, 1)$ největší, nejmenší a nulovou hodnotu.
17. Spočtete $\frac{\partial F}{\partial u}$, kde $F = f(g)$, $f(x, y, z)$ je daná funkce a $g_1(u, v) = (u^2 - 1)/2v$, $g_2(u, v) = (u + v)/(u - v)$, $g_3(u, v) = u^2 - v^2$.
18. Nechť $f(s, t)$ je hladká nezáporná funkce na \mathbb{R}^2 . Vyjádřete parciální derivace 1. řádu funkce $g(x, y) = f(x, y)^{f(y, x)}$ pomocí hodnot f a jejich parciálních derivací.